Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École navale (1887)

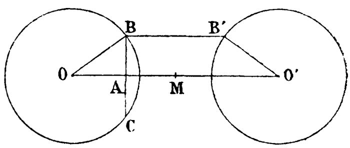
Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 330-333

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__330_0>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NAVALE (1887).

Arithmétique et Algèbre.

I. De deux points O et O′ situés à une distance OO′ égale à $2a$ comme centres, on trace deux circonférences égales



de rayon R. A partir du point M milieu de OO′ et dans le sens MO, on porte une longueur MA égale à x ; et au point A, on mène à la circonférence O la corde BC perpendiculaire à OO′; on joint OB et l'on achève le trapèze isoscèle OBB′O′.

On demande : 1° de trouver l'expression du volume engendré par la révolution du trapèze OBB′O′ autour de OO′. On examinera l'interprétation dont cette expression est susceptible pour les valeurs négatives de x lorsque les deux circonférences se coupent;

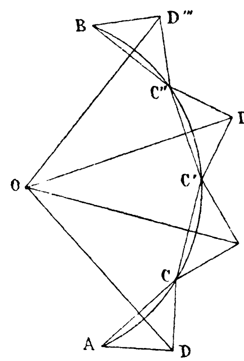
2° De trouver les valeurs de x correspondant au maximum et au minimum de la fonction

$$(R + a - x)(R - a + x)(a + 2x);$$

3° De classer ces valeurs relativement aux racines de la fonction elle-même, et de déduire de cette classification la condition pour que le volume engendré soit susceptible d'un maximum ou d'un minimum.

II. Démontrer que, si l'on désigne par R la partie entière de la racine carrée d'un nombre entier, par r le reste et par n la partie entière du quotient $\frac{2R}{r}$, la racine exacte est comprise entre $R+\frac{1}{n}$ et $R+\frac{1}{n+1}$.

III. Sur une circonférence de rayon égal à l'unité, on donne un arc AB égal à φ (en parties du rayon). On partage cet arc en m parties égales et l'on mène les cordes qui



joignent les points de division voisins; sur chacune de ces cordes comme hypoténuse on construit un triangle rectangle isoscèle ADC. Démontrer que, si m croît indéfiniment, le produit des distances des sommets de ces triangles au centre, c'est-à-dire $\overline{OD}^m$ a pour limite $e^{\frac{\varphi}{2}}$ ou $e^{-\frac{\varphi}{2}}$ suivant que les triangles sont rabattus à l'extérieur ou à l'intérieur de l'arc.

Géométrie descriptive.

Étant données les deux droites OA et OB', la première OA située dans le plan horizontal et faisant avec la ligne de terre xy un angle de 40°, la seconde OB' située dans le plan vertical et faisant avec la ligne de terre xy un angle de 50°; on demande :

1° De tracer les projections OC, OC′ d'une droite passant par le point O faisant avec OA un angle de 70°, avec OB′ un angle de 45° et située par rapport au plan AOB′ du même côté que Ox;

2° De tracer les projections de l'axe du cône de révolution passant par les droites OA, OB′ et la droite OC, OC′ précédemment déterminée.

Calcul trigonométrique.

Calculer des valeurs de x comprises entre 0° et 360° qui satisfont à l'équation

$$\operatorname{tang}^3(3x + 12^\circ) = \frac{23,3382\sqrt[3]{\sin 177^\circ\, 12'\, 18''}}{(0,017045)^2 \operatorname{tang}^4 94^\circ 30'\, 48''\, \sin^7 244^\circ\, 18'\, 12''}.$$

Géométrie.

Énoncer et démontrer succinctement les principaux théorèmes qui permettent d'établir que le rapport des volumes de deux pyramides est égal au produit du rapport des surfaces des bases par le rapport des hauteurs.

Application. — Trouver l'expression numérique du volume d'une pyramide dont la base est donnée en mètres carrés, soit : $8^{mq},254$, et la hauteur en mètres, soit : $4^{m},32$, lorsqu'on prend pour unité de volume le tétraèdre régulier dont la hauteur est égale à 1^{m}.

Géométrie analytique.

Étant donnée l'équation

$$\lambda(x^2 - ax) - ay(x - y - a) = 0,$$

dans laquelle a désigne une quantité constante positive et λ un paramètre variable, on demande :

1° De déterminer la nature des diverses courbes que peut représenter cette équation quand λ varie de $+\infty$ à $-\infty$;

2° De démontrer qu'elles passent par trois points fixes et que le lieu de leurs centres est une ligne droite;

3° De construire pour une valeur donnée de λ le centre de la courbe correspondante et les tangentes aux trois points fixes;

4° De trouver le lieu géométrique des points de ces courbes où les tangentes sont parallèles à l'axe des x.