Concours d'admission à l'École centrale en 1886

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 287-293
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__287_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1886.

PREMIÈRE SESSION, JUILLET 1886.

Géométrie analytique.

On donne une ellipse rapportée à son centre et à ses axes, et, dans son plan, un point P dont les coordonnées sont α et β, et l'on considère toutes les paraboles bitangentes à l'ellipse en des points tels que la corde des contacts passe par le point P :

1° Former l'équation générale de ces paraboles;

2° Montrer que, en général, par tout point Q du plan, passent deux des paraboles considérées, et reconnaître que les régions du plan, dans lesquelles doit se trouver le point Q pour que ces deux paraboles soient réelles, sont limitées par l'ellipse donnée et par une droite;

3° Trouver le lieu des positions que doit occuper le point Q pour que les axes des deux paraboles considérées qui passent par ce point soient rectangulaires;

4° Trouver le lieu du point de rencontre de l'axe de chacune des paraboles considérées avec la corde des contacts de cette parabole et de l'ellipse. L'équation de ce lieu est du quatrième degré; on transportera les axes de coordonnées parallèlement à eux-mêmes, en prenant pour nouvelle origine le point P, et, cela fait, on montrera que l'équation de lieu peut être décomposée en deux équations de second degré.

Calcul trigonométrique.

Calculer les angles et la surface d'un triangle dont les trois côtés sont

$$a = 11727^{\text{m}}.35, \qquad b = 28145^{\text{m}}.64, \qquad c = 30491^{\text{m}}.91.$$

Physique.

Un calorimètre de poids p, de chaleur spécifique c, contient un poids P d'un liquide de chaleur spécifique C; le vase et son contenu sont à une température inconnue x. On plonge dans le liquide un thermomètre à mercure portant une division centigrade; le degré n affleure au niveau du liquide du calorimètre et le poids réduit en eau de la portion utile du thermomètre est π; enfin la température indiquée par le thermomètre, qui était d'abord t dans l'air environnant, s'élève dans le liquide jusqu'à T. On demande :

1° De faire subir à cette lecture T la correction résultant de ce fait que le thermomètre est incomplètement plongé;

2° De calculer x en remarquant que le thermomètre soustrait ou abandonne de la chaleur au calorimètre (on suppose que les pertes ou les gains de chaleur par rayonnement et par conductibilité sont nuls).

Exemple numérique :

$$p = 15^{gr},32,\quad c = 0,102,\quad n = 5^{o},$$
$$P = 350,\quad C = 1,\quad t = 8,5,$$
$$\pi = 4,325,\quad T = 91,75.$$

Coefficient de dilatation apparente du mercure dans le thermomètre : $m = \frac{1}{6480}$.

Chimie.

I. On demande de donner :

1° Les préparations de l'acide carbonique dans les laboratoires et dans l'industrie;

2° L'énumération sommaire de ses propriétés;

3° Son rôle au point de vue de la vie végétale et de la vie animale;

4° Sa composition.

II. On introduit dans un eudiomètre 100^{cc} de CO et 100^{cc} d'oxygène. Après le passage de l'étincelle, il reste dans l'eudiomètre 150^{cc} de gaz; une solution de KO, HO absorbe 100^{cc} de CO^2, et le résidu final, de 50^{cc}, est de l'oxygène. Déduire des données de cette expérience la composition de CO.

Les mesures des volumes sont faites sous la pression atmosphérique; on donne, en outre, la densité de $CO = 0,9674$ et celle de $O = 1.1056$.

Géométrie descriptive.

Intersection d'un cône et d'un cylindre.

On donne un triangle horizontal $(abc, a'b'c')$ à la cote $0^m,065$, rectangle en (a, a') et isoscèle, dont le côté $(ab, a'b')$ est perpendiculaire au plan vertical, et dont les sommets (a, a'), (b, b') sont respectivement à $0^m,080$ et $0^m,140$ de ce plan. Le cône a pour directrice le cercle horizontal décrit de (b, b') comme centre avec ba pour rayon; son sommet, projeté horizontalement en c, a pour côté $0^m,102$. Le cylindre a pour directrice le cercle circonscrit au triangle $(abc, a'b'c')$ et pour direction de ses génératrices la droite qui joint le centre (o, o') de ce cercle au sommet (c, s') du cône.

On propose de construire les projections de la partie Σ, supposée opaque, du solide commun aux deux nappes du cône et au cylindre, comprise entre deux plans horizontaux, équidistants du plan du triangle donné, dont l'un est le plan horizontal de projection. Les parties du cylindre et du cône extérieures à Σ seront supposées enlevées.

On indiquera, à l'encre rouge, les constructions d'un point quelconque de l'intersection, de la tangente en ce point, et celles des points et des droites remarquables. Ces constructions seront succinctement expliquées à l'aide d'une légende placée au bas de l'épure.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Intersection d'un cône et d'un cylindre.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à $0^m,230$ du petit côté inférieur, et les droites aa', cc' à égale distance des grands côtés de la feuille.

SECONDE SESSION, OCTOBRE 1886.

Géométrie analytique.

Soit un rectangle OACB dont les côtés $OA = a$ et $OB = b$, prolongés, sont pris, le premier pour axe des x, le second pour axe des y. On considère toutes les coniques qui passent par les trois points O, A, B, et pour lesquelles la polaire du point C est parallèle à la droite AB.

1° Former l'équation générale de ces coniques. Trouver le lieu de leur centre, et, sur ce lieu, séparer les parties qui contiennent des centres d'ellipses de celles qui contiennent des centres d'hyperboles.

2° A chacune de ces coniques, on mène la normale au point A et la normale au point B; trouver le lieu du point de rencontre de ces deux normales.

3° Soit Δ une quelconque des coniques considérées; si, par le point C, on mène à cette conique des normales, on sait que les pieds de ces normales sont les points de rencontre de la conique Δ et d'une certaine hyperbole équilatère. Former l'équation de cette hyperbole équilatère, et chercher le lieu du centre de cette hyperbole, quand la conique Δ varie.

Calcul trigonométrique.

On donne, dans un triangle, deux côtés :

$$a = 23611^{m},25, \qquad b = 14237^{m},75$$

et l'angle compris

$$C = 63^\circ 26' 35'',5.$$

On demande de calculer les autres angles, le troisième côté et la surface du triangle.

Physique.

On donne un volume V de gaz humide, sa pression H, sa température T, son état hygrométrique e. On abaisse la température de ce gaz à t°, et l'on demande :

1° A quelle valeur v il faut en même temps réduire son volume pour que ce gaz soit alors exactement saturé de vapeur d'eau ;

2° Quelle est alors la nouvelle pression h du gaz.

Exemple numérique :

$V = 1^{mc}$, $H = 0^{m},766$, $T = 20°C.$, $e = 0{,}27329$, $t = 10°C$

Coefficient de dilatation des gaz : 0,00367.

Forces élastiques maxima de la vapeur d'eau : $17^{mm},391$ à 20°; $9^{mm},165$ à 10°.

Chimie.

I. Méthodes analytiques et synthétiques employées pour établir la composition de l'eau.

II. On emploie l'hydrogène qui provient de l'action de $49^{gr},5$ de zinc pur sur de l'acide sulfurique en excès à réduire complètement 24^{gr} d'oxyde de fer, Fe^2O^3. Quel serait le volume de l'hydrogène non utilisé, mesuré sur la cuve à eau, à 18°C., sous une pression de 748^{mm} de mercure.

Equivalents en poids :

$Zn = 33$, $Fe = 28$, $H = 1$, $O = 8$.

Tension de la vapeur d'eau à 18° : $15^{mm},35$.

Coefficient de dilatation des gaz : 0,00367.

Poids du litre d'hydrogène à 0° et 760^{mm} : $0^{gr},089$.

Géométrie descriptive.

Intersection d'un cylindre de révolution et d'un cône.

On donne un triangle $os\sigma$ rectangle en s et isoscèle, situé dans le plan horizontal de projection, dont les sommets s, σ, les plus voisins du plan vertical, se trouvent sur une parallèle à la ligne de terre, à $0^{m},065$

de cette ligne et, respectivement, à $0^m,135$ et $0^m,170$ du bord gauche du cadre.

Le cylindre, situé dans le dièdre antérieur-supérieur, a pour projection horizontale de son axe la droite $s\sigma$ et touche les deux plans de projections.

Le cône a pour sommet le point de l'axe du cylindre projeté en s ; sa trace horizontale est une hyperbole équilatère ayant un sommet réel en σ, o pour centre et os pour une de ses asymptotes.

On demande de construire l'intersection des surfaces données, puis, après avoir enlevé le cylindre, de représenter la partie, supposée opaque, de la surface des deux nappes du cône intérieure au cylindre et comprise entre deux plans de profil placés à $0^m,125$ du point s.

On indiquera, à l'encre rouge, les constructions d'un point quelconque de l'intersection, de la tangente en ce point, et celles des points et des droites remarquables. Ces constructions seront succinctement expliquées à l'aide d'une légende placée au bas de l'épure.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Intersection d'un cône et d'un cylindre.

Prendre la ligne de terre perpendiculaire aux grands côtés du cadre et à égale distance des deux autres côtés.