Concours général de 1886

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 279-281

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__279_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1886.

Mathématiques spéciales.

1° Étant donnés une surface du second ordre S et deux points A, B, on mène par le point B une sécante qui rencontre la surface S aux points C, C′ et le plan polaire du point A au point D.

Soient M et M′ les points où la droite AD rencontre les plans qui touchent la surface S aux points C et C′. La sécante BD tournant autour du point B, on demande le lieu décrit par les points M et M′.

2° Ce lieu se compose de deux surfaces du second ordre, dont l'une est indépendante de la position occupée par le point B dans l'espace, et dont l'autre Σ dépend de la position de ce point.

Chercher ce que devient la surface Σ quand, dans la construction qui donne les points de cette surface, on fait jouer au point A le rôle du point B et inversement.

3° Le point A restant fixe, déterminer les positions occupées par le point B quand la surface Σ n'a pas un centre unique à distance finie.

Mathématiques élémentaires.

On donne, à l'intérieur d'un cercle de rayon R, un point P dont la distance au centre O du cercle est a. On mène par ce point P deux cordes rectangulaires AC, BD, et l'on mène les tangentes au cercle aux extrémités de ces cordes.

Déterminer l'angle APO de façon que l'aire du quadrilatère convexe EFGH formé par ces tangentes soit égale à une aire donnée K^2. Discuter.

Philosophie.

1. Soit l'équation du second degré

$$(\lambda - 1)x^2 - 2(\lambda - 2)x - 7\lambda - 1 = 0,$$

dans laquelle la lettre λ représente un nombre donné.

Déterminer, suivant la grandeur du nombre donné λ, le nombre des racines de cette équation comprises dans chacun des trois intervalles suivants : de $-\infty$ à -1, de -1 à $+1$, de $+1$ à $+\infty$.

2. On donne deux droites OR, OS, qui se coupent au point O, et, sur OR, deux points A, B. On considère toutes les sphères qui coupent la droite OR aux points A, B, et qui sont tangentes à la droite OS. On demande :

1° Le lieu du centre de ces sphères;

2° Le lieu de la droite d'intersection des deux plans tangents, l'un en A, l'autre en B, à chacune de ces sphères;

3° Le lieu des points de contact des plans tangents menés à toutes les sphères considérées par une droite donnée dans le plan des deux droites OR, OS;

4° Le lieu des points de contact des plans tangents menés à toutes les sphères considérées par un point donné dans le plan des droites OR, OS.