NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

MAURICE D'OCAGNE

Note sur la déviation dans l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 534-535

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__534_1>

NOTE SUR LA DÉVIATION DANS L'ELLIPSE;

PAR M. MAURICE D'OCAGNE.

Les variations de l'élément que nous avons appelé la *déviation* en un point d'une ellipse peuvent être étudiées par un procédé tout élémentaire qui, outre l'avantage de parler très clairement à l'esprit, a celui d'éviter l'emploi d'une différentiation pour la recherche du maximum. Voici quel est ce procédé :

La formule (1) de notre Note peut s'écrire

$$(1') \qquad \tang\delta = \frac{(a-b)\sin 2\varphi}{a+b-(a-b)\cos 2\varphi}.$$

Portons sur une droite les segments $OA = 2a$, $OB = 2b$, et sur AB comme diamètre décrivons un cercle, dont C est le centre. Nous avons $OC = a+b$, $BC = a-b$. Si donc nous prenons sur la circonférence du cercle C le point M tel que $\widehat{MCB} = 2\varphi$, nous avons, en abaissant de M sur OA la perpendiculaire MP, et en joignant le point M au point O,

$$\mathrm{MP} = (a-b)\sin 2\varphi, \qquad \mathrm{PC} = (a-b)\cos 2\varphi,$$

$$\operatorname{tang} \mathrm{MOP} = \frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{OP}} = \frac{(a-b)\sin 2\varphi}{a-b-(a-b)\cos 2\varphi} = \operatorname{tang} \delta,$$

donc

$$\widehat{\mathrm{MOP}} = \delta.$$

Cette construction, bien simple, permet de suivre avec une extrême facilité les variations de δ répondant aux variations de φ.

Le maximum de δ est évidemment donné par le point M_1, tel que OM_1 soit tangente au cercle C. Pour ce point, on a, CM_1 étant perpendiculaire à OM_1,

$$\sin \delta_1 = \frac{\mathrm{CM}_1}{\mathrm{OC}} = \frac{a-b}{a+b}.$$

C'est la formule (3″) de notre Note, obtenue ici sans calcul.

On voit, en outre, que *la déviation maxima est complémentaire du double de l'anomalie excentrique correspondante.*