Nouvelles annales de mathématiques

Agrégation des sciences mathématiques (concours de 1885)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 289-292

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__289_1>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (CONCOURS DE 1885).

ÉPREUVES POUR L'ADMISSIBILITÉ.

Mathématiques spéciales.

Étant donnés une sphère S et un petit cercle C de cette sphère, on propose :

1° De montrer qu'il existe deux paraboloïdes passant par le cercle C et touchant la sphère en un point M donné sur sa surface; former les équations des deux paraboloïdes ;

2° Trouver le lieu des sommets des paraboloïdes correspondant aux divers points M de la surface S ;

3° A un point M et au point M′ diamétralement opposé sur la surface de la sphère correspondent quatre paraboloïdes qui, combinés deux à deux d'une manière convenable, ont une ligne commune autre que le cercle C; déterminer la surface engendrée par cette ligne commune lorsque le diamètre MM′ prend toutes les directions possibles.

Mathématiques élémentaires.

Déterminer les angles B et C d'un triangle ABC, connaissant l'angle A, le côté opposé a et le produit ma^2

des portions BB_1, CC_1 des bissectrices intérieures comprises entre les sommets B, C et les côtés opposés AC, AB.

Résoudre le même problème lorsqu'on donne le produit ma^2 des portions BB_2, CC_2 des bissectrices extérieures comprises entre les sommets B, C et les côtés opposés; discuter les résultats obtenus, suivant les positions des points B_2 et C_2 par rapport aux sommets A et C, A et B.

Composition tirée de certaines parties, désignées à l'avance, du programme de la Licence.

Théorie. — Théorie du contact de deux surfaces. Surfaces osculatrices. Déterminer, sur une surface donnée, les points où elle peut avoir un contact du second ordre avec une sphère, et ceux où elle peut avoir un contact du troisième ordre avec une surface du second degré; montrer qu'en ces derniers points les asymptotes de l'indicatrice ont un contact du troisième ordre avec la surface donnée et que la réciproque est vraie.

Application. — On donne une parabole représentée en coordonnées rectangulaires par les équations

$$z = 0, \qquad y^2 - 2mx = 0;$$

déterminer une surface du troisième degré, symétrique par rapport au plan des xy, et admettant pour ombilics tous les points de la parabole donnée. Indiquer la forme de la surface. Déterminer les lignes asymptotiques et discuter la forme de leurs projections sur le plan de la parabole.

ÉPREUVES DÉFINITIVES.

Composition d'Analyse et de Mécanique.

Un point matériel, assujetti à se mouvoir sur une surface de révolution, est uniquement sollicité par la force qui provient des résistances passives et qui est dirigée en sens contraire de la vitesse. Trouver les équations du mouvement du point; en déduire que la trajectoire est une ligne géodésique et qu'elle fait avec les parallèles qu'elle rencontre des angles dont le cosinus varie en raison inverse du rayon de ces parallèles.

On donne un parallèle d'une surface de révolution S et l'on considère un tube très étroit dont l'axe est dirigé suivant la ligne géodésique de S qui touche en un point A le parallèle donné. Le tube renferme un point matériel M attiré vers l'axe par une force dirigée suivant la perpendiculaire MP abaissée du point sur l'axe, et égale à $Ar + B$, A et B désignant des constantes qui ne sont dans aucun cas négatives, et r la distance MP. Quelle doit être la forme de S pour que le point M, abandonné sans vitesse à l'action de la force donnée, arrive au point A au bout d'un temps donné, quel que soit le point de départ. Discuter la forme de la méridienne de S et indiquer quelques cas où l'intégration peut s'effectuer complètement.

Épure.

Construire les projections de l'intersection d'un tore, dont l'axe est vertical, avec une sphère bitangente au tore; l'un des points de contact est situé sur le parallèle le plus élevé du tore, à l'extrémité droite de son diamètre de front.

Calcul.

Déterminer les coordonnées des pieds des normales menées par un point dont les coordonnées rectangulaires sont

$$x = 1, \qquad y = 2$$

à l'ellipse représentée par l'équation

$$x^2 + 4y^2 = 16.$$

SUJETS DE LEÇONS.

Ces sujets diffèrent très peu de ceux qui ont été traités en 1881, 1882, 1883 et 1884.