NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

H. PICQUET

Rectification

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 284-286

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__284_0>

RECTIFICATION;

Par M. H. PICQUET.

M. Brisse veut bien me communiquer un article de M. Lefèvre (*Nouvelles Annales*, 1884; p. 5), où il construit, comme je l'ai fait moi-même dans le dernier numéro de ce Recueil, les points doubles de la projection de l'intersection de deux cônes du second degré. Je dois conclure de là, suivant une locution usitée, que j'ai enfoncé une porte ouverte, et je prie M. Lefèvre et les lecteurs des *Nouvelles Annales* de croire à tous mes regrets. Ajouterai-je cependant qu'une opinion répandue parmi certains élèves de Mathématiques spéciales, à Paris, étant qu'on ne peut pas construire ces points au moyen de la règle et du compas, j'ai été conduit par là, depuis nombre d'années, à expliquer, sinon dans ses détails, au moins dans son ensemble, la solution dont il s'agit.

Cela posé, M. Lefèvre me permettra peut-être quelques critiques de détail.

1° Après avoir fait observer que les points cherchés forment le couple commun à deux involutions définies chacune par deux couples, M. Lefèvre ajoute qu'on devra s'arranger de façon que les points doubles de chaque involution soient réels. On sait que cela n'est pas nécessaire et que l'on peut construire les points cherchés sans passer par l'intermédiaire des points doubles. La construction que j'ai indiquée par cinq cercles et celle que je vais en déduire en sont la preuve.

2° M. Lefèvre traite seulement le cas où les plans limites sont réels : il doit effectivement être traité à part. Mais si la droite qui joint les sommets est à l'intérieur des deux cônes, il n'y a pas de plans limites, et *ce n'est pas un cas particulier*. Il est donc indispensable d'avoir une construction indépendante des plans limites, et voici celle que je propose définitivement pour le cas général : c'est la transformée par rayons vecteurs réciproques de celle que j'ai donnée par cinq cercles, et, comme celle de M. Lefèvre, elle n'en emploie qu'un seul, qui est d'ailleurs arbitraire; elle m'a été suggérée par une observation de mon collègue M. Fouret.

Soient aa', bb' les couples de points d'intersection de la droite des points doubles avec les projections des couples de génératrices fournis dans les deux corps par un même plan auxiliaire; cc' et dd' les couples fournis par un autre plan auxiliaire.

On tracera un cercle quelconque dans le plan et l'on prendra arbitrairement un point A *sur ce cercle. On joindra ce point aux points a, a', b, b', c, c', d, d' par des droites qui couperont le cercle en α, α', β, β', γ, γ', δ, δ'. On joindra $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$ qui se couperont en ε; $\gamma\gamma'$ et $\delta\delta'$ qui se couperont en η. La droite $\varepsilon\eta$ coupera le cercle en deux points* P *et* Q *qui, joints au point* A, *détermineront deux droites sur lesquelles sont les points doubles cherchés.*

Si l'on veut démontrer directement ce résultat, il suffit d'observer que les couples aa', bb' et celui des points doubles étant, d'après le théorème de Desargues, conjugués à un même couple, les trois droites $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ et PQ sont concourantes ; de même pour $\gamma\gamma'$, $\delta\delta'$ et PQ.

Un grand nombre des droites du tracé figurent déjà sur l'épure, si l'on a soin, comme le fait M. Lefèvre, de faire passer le cercle arbitraire par la projection horizontale du sommet de l'un des cônes.

Remarque. — Si les deux corps ont une génératrice commune, l'un des points doubles est connu : c'est le point d'intersection de la projection de cette droite et de la droite des points doubles ; l'autre s'obtiendra donc par la règle seule comme sixième point d'une involution.