NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

École navale (concours de 1885)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 247-249

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__247_1>

ÉCOLE NAVALE (CONCOURS DE 1885).

Arithmétique.

1. Calculer le rayon du cercle dont la surface vaut un hectare. On n'emploiera que les deux premières décimales du nombre π, et l'on ne conservera au résultat que les chiffres exacts.

2. Démontrer que trois nombres impairs quelconques a, b, c ont le même plus grand commun diviseur que leurs demi-sommes deux à deux : $\frac{a-b}{2}$, $\frac{a-c}{2}$, $\frac{b-c}{2}$.

Algèbre.

On donne un triangle équilatéral ABC dont O est le centre de figure. On mène AO, BO, CO, et l'on prolonge ces trois lignes d'une même longueur

$$OA' = OB' = OC' = x.$$

On joint les trois points A', B', C' entre eux et aux sommets A, B, C du triangle donné. Désignant par R le rayon du cercle circonscrit au triangle donné, et par V le volume du tétraèdre qui aurait pour base le triangle équilatéral A'B'C', et pour faces latérales les trois triangles isoscèles AB'C', BC'A', CA'B', on demande :

1° Les valeurs de x pour lesquelles V est équivalent aux $\frac{3}{8}$ du cube construit sur x, $V = \frac{3}{8}x^3$. Interpréter la valeur négative;

2° Les valeurs de x qui rendent V maximum ou minimum;

3° L'étude des variations de V, quand x varie de $-\infty$ à $+$ R.

Trigonométrie.

Dans un triangle rectiligne obliquangle ABC, on donne

$$A = 134^\circ 42' 48'', \qquad a = 144^m,756, \qquad b = 98^m,642;$$

calculer B, C, c. Comme vérification, on calculera C par la formule

$$\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}.$$

Géométrie.

1. Énoncer les théorèmes qui conduisent à la mesure du volume engendré par un polygone plan tournant autour d'un axe situé dans son plan.

2. Comment passe-t-on de la mesure du volume engendré par un secteur polygonal régulier à la mesure du volume du secteur sphérique?

3. Étant données deux circonférences O et O′ et une direction fixe MN, par le centre de similitude S′ de ces deux circonférences, on mène une sécante quelconque S′A′A et, par les deux points homologues A et A′, les deux cordes AB et A′B′ parallèles à MN; on mène AB′ et BA′ qui se coupent en C :

1° Démontrer que si, par le point C, on mène une parallèle DE à MN, le lieu des points D et E est une circonférence. En déduire que le lieu du point C est le diamètre de cette circonférence perpendiculaire à MN.

2° Démontrer plus généralement que, si, par le point P qui divise AA′ dans un rapport donné $\frac{m}{n}$, on mène une parallèle PQRS à MN, le lieu des points P et S est une circonférence. En déduire que le lieu des points Q et R est une ellipse dont le grand axe est le diamètre de cette circonférence perpendiculaire à MN.

Géométrie descriptive.

On donne une sphère dont le centre se trouve dans le premier dièdre à égale distance du plan horizontal et du plan vertical $\omega O = \omega O' = 50^{mm}$, et dont le rayon $R = 25^{mm}$.

On demande de construire les projections d'un tronc de pyramide triangulaire ABC A′B′C′ satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Les plans de base ABC, A′B′C′ sont tangents à la sphère, parallèles à la ligne de terre, et font un angle de 45° avec la partie postérieure du plan horizontal.

2° Les arêtes latérales AA′, BB′, CC′ prolongées passent par le point ω ; elles sont tangentes à la sphère et font entre elles des angles égaux.

On placera l'arête AA′ dans le plan de profil $O'\omega O$ et de manière à faire avec le plan horizontal le plus grand angle possible.

On indiquera les intersections de la sphère avec les faces du tronc de pyramide.