

Démonstration directe d'une identité

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4
(1885), p. 537

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4_537_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION DIRECTE D'UNE IDENTITÉ.

Dans son *Algèbre*, p. 5, M. de Longchamps donne l'identité suivante

$$\begin{aligned} & x(x+1)\dots(x+y) + (x+1)\dots(x+y+1) - \dots \\ & \quad - (z-y)(z-y-1)\dots(z-1)z \\ & \quad - \frac{(z+1)z\dots(z-y) - (x+y)\dots(x-1)}{y+2}, \end{aligned}$$

et ajoute que *sa vérification directe présente des difficultés*. On lira donc peut-être avec intérêt la suivante, qui n'en présente aucune.

De l'expression

$$\begin{aligned} & \{x-1\}x(x-1)\dots(x+y) \\ & \quad - x(x+1)\dots(x-y+1) - \dots \\ & \quad + (z-y-1)(z-y)\dots z + (z-y)\dots(z+1) \end{aligned}$$

retranchons l'expression même où tous les termes ont avancé d'un rang

$$\begin{aligned} & x(x+1)\dots(x+y-1) \\ & \quad - (x-1)\dots(x-y+2) + \dots \\ & \quad - (z-y)\dots(z+1) + (x-1)x(x+1)\dots(x+y), \end{aligned}$$

nous aurons un résultat identiquement nul.

Or, en soustrayant les termes de même rang, on a

$$\begin{aligned} & x(x-1)\dots(x+y)[x+y-1-x+1] \\ & \quad - (x+1)(x-2)\dots(x+y+1)[x+y-2-x] + \dots \\ & \quad - (z-y)\dots z[z+1-z+y+1] \\ & \quad - (x-1)x\dots(x+y) - (z-y)\dots(z+1) = 0, \end{aligned}$$

où tous les crochets se réduisent à $y+2$. En divisant par $y+2$, on a donc l'identité proposée. Ch. B.