Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'agrégation des sciences mathématiques en 1884

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 4 (1885), p. 274-277

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__274_1>

CONCOURS D'AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES EN 1884.

COMPOSITIONS D'ADMISSIBILITÉ.

Mathématiques spéciales.

On donne une ellipse et une hyperbole situées respectivement dans deux plans rectangulaires P et Q, et pour chacune desquelles la droite d'intersection de ces deux plans est axe de symétrie :

1° On considère tous les plans R tangents à la fois à l'ellipse et à l'hyperbole, et l'on propose de démontrer qu'il existe une infinité de surfaces du second ordre S tangentes à la fois à tous les plans R.

2° Trouver le lieu des centres des surfaces S et déterminer la nature de chacune de ces surfaces suivant la position occupée par son centre.

3° Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que les surfaces S soient homofocales.

Mathématiques élémentaires.

Trouver les angles d'un quadrilatère circonscrit à un cercle de rayon r, connaissant trois côtés consécutifs a, b, c du quadrilatère. Entre quelles limites doit varier r pour que le problème soit possible, les côtés a, b, c restant constants? On distinguera deux cas, celui où les points de contact des côtés du quadrilatère avec la circonférence sont situés sur les côtés eux-mêmes, et celui où ces points de contact sont sur les prolongements des côtés.

Composition sur certaines parties, désignées à l'avance, du programme de la licence ès sciences mathématiques.

Théorie. — Dire ce que l'on entend par intégrale complète, intégrale générale, intégrale particulière, intégrale singulière, d'une équation entre n variables indépendantes, une fonction inconnue z de ces variables et les dérivées partielles du premier ordre de z par rapport aux mêmes variables.

Montrer comment la connaissance d'une intégrale complète peut conduire à l'intégrale générale.

Étant donnée une équation de la forme considérée, non *linéaire*, exposer une des méthodes d'intégration qui lui sont applicables : le choix de la méthode est laissé à chaque candidat.

Application. — Intégrer l'équation

$$m^2(1+p^2+q^2)-m(x-y)(p-q)-2x=0,$$

dans laquelle on désigne par m une longueur donnée, par p et q les dérivées partielles de z par rapport à x et par rapport à y.

COMPOSITIONS FINALES.

Mécanique.

On donne un hélicoïde représenté, en coordonnées rectangulaires, par l'équation

$$z = m \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x};$$

un point matériel non pesant, assujetti à rester sur la surface parfaitement polie de l'hélicoïde, est attiré vers l'axe Oz par une force dirigée suivant la perpendiculaire abaissée du point sur l'axe, et inversement proportionnelle au cube de cette perpendiculaire. Déterminer, dans le cas général, la loi du mouvement du point considéré, la pression sur l'hélicoïde, et les diverses formes que peut affecter la trajectoire. Examiner les cas particuliers où la projection de la trajectoire sur le plan xOy peut être représentée par une équation où n'entrent que des fonctions algébriques, logarithmiques, exponentielles ou circulaires.

Calcul.

Si l'on désigne par a le demi-grand axe d'une ellipse, par e son excentricité, par $2s$ la longueur de l'arc de cette courbe compris dans l'angle obtus formé par les deux demi-diamètres conjugués égaux, on démontre que le rapport $\frac{s}{a}$ est exprimé par la série suivante

$$\frac{s}{a} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi - 2}{16} e^2 - \frac{2\pi - 8}{256} e^4 - \frac{15\pi - 44}{3072} e^6 - \frac{25(21\pi - 64)}{196608} e^8 - \ldots,$$

π étant le rapport de la circonférence au diamètre. On donne $\frac{s}{a} = 0,78$, et l'on demande de calculer, par la méthode des approximations successives, la valeur de e avec l'approximation que comportent les Tables de logarithmes à 7 décimales.

Épure.

On donne un tétraèdre régulier SABC, et l'on propose de construire l'intersection de deux cônes définis de la façon suivante : le premier a pour sommet S et pour base le cercle inscrit dans ABC; le second a pour sommet C et pour base le cercle inscrit dans SAB.

L'arête du tétraèdre a $0^{m},17$; la face ABC est située dans le plan horizontal; AB est parallèle à la ligne de terre et située à $0^{m},02$ au-dessous de cette ligne.

Pour distinguer les parties visibles et les parties invisibles, on regardera les deux cônes comme opaques et limités aux parties intérieures du tétraèdre. Le tétraèdre est transparent.

SUJETS DE LEÇONS.

Ces sujets diffèrent très peu de ceux qui ont été traités en 1881, 1882 et 1883.