NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J.-B. POMEY

Application d'un procédé particulier à la recherche de l'intégrale $\int \frac{dz}{(1+z^2)^2}$

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 4 (1885), p. 193-194

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__193_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

APPLICATION D'UN PROCÉDÉ PARTICULIER A LA RECHERCHE DE L'INTÉGRALE

$$\int \frac{dz}{(1+z^2)^2};$$

PAR M. J.-B. POMEY.

Je cherche $2\iint \frac{\alpha\,dz\,d\alpha}{(1+\alpha^2 z^2)^2}$. En intégrant par rapport à α, j'obtiens successivement

$$\int dz \int \frac{d(\alpha^2)}{(1+\alpha^2 z^2)^2} = \int \frac{dz}{z^2} \int \frac{d(1+\alpha^2 z^2)}{(1+\alpha^2 z^2)^2} = \int - \frac{dz}{z^2}\,\frac{1}{1+\alpha^2 z^2}.$$

L'intégration en z est alors facile, car on a successivement

$$\int \frac{d\left(\frac{1}{z}\right)}{1+\alpha^2 z^2} = \int \frac{d\left(\frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{z^2}+\alpha^2-\alpha^2\right)}{\frac{1}{z^2}+\alpha^2}$$

$$= \int d\left(\frac{1}{z}\right) - \alpha^2 \int \frac{d\frac{1}{z}}{\frac{1}{z^2}+\alpha^2}.$$

$$= \frac{1}{z} - \alpha \operatorname{arc\,tang} \frac{1}{\alpha z} + \text{const.};$$

donc on a

$$2\int\int \frac{\alpha\, dz\, d\alpha}{(1+\alpha^2 z^2)^2} = \frac{1}{z} - \alpha \operatorname{arc\,tang} \frac{1}{\alpha z} + \text{const.}$$

En dérivant par rapport à α, il vient

$$2\int \frac{\alpha\, dz}{(1+\alpha^2 z^2)^2} = -\operatorname{arc\,tang} \frac{1}{\alpha z} + \alpha \frac{\frac{1}{z\alpha^2}}{1+\frac{1}{\alpha^2 z^2}} + \text{const.}$$

En faisant $\alpha = 1$, il vient

$$2\int \frac{dz}{(1+z^2)^2} = \operatorname{arc\,tang} \frac{1}{z} + \frac{z}{1+z^2} + \text{const.}$$

$$= -\frac{\pi}{2} + \text{const.} + \operatorname{arc\,tang} z + \frac{z}{1+z^2},$$

et le problème d'intégration est résolu.