NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 49-64

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__49_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Théorie de la capillarité; par M. *Émile Mathieu*, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy. In-4°. Paris, Gauthier-Villars; 1883. Prix : 10 francs.

Laplace publia le premier, en 1806, une véritable théorie mathématique de la capillarité, qui est insérée à la suite du tome IV de la *Mécanique céleste*. Il prit pour point de départ de ses recherches le principe de l'attraction du liquide sur lui-même et de la paroi sur le liquide, en supposant que ces actions n'ont lieu qu'à des distances insensibles.

Gauss s'occupa plus tard des principes de la même théorie, dans un Mémoire inséré dans le tome V de ses Œuvres.

Enfin Poisson fit paraître, en 1831, sa *Nouvelle théorie de l'action capillaire*. Dans cet Ouvrage, d'une lecture très difficile, il montre qu'il est indispensable d'avoir égard au changement de densité du liquide vers les surfaces qui le terminent.

Non seulement le livre de M. Mathieu renferme tous les résultats contenus dans les Ouvrages précédents, mais il tient compte des expériences qui ont été faites sur ce sujet depuis quarante ans et qui ont fourni de nouveaux éléments à la théorie.

Bien qu'il admette, comme Poisson, le changement de densité vers la limite du liquide, cette considération ne l'oblige pas à des calculs très compliqués, comme on le voit dans le Chapitre I de son livre, où il établit les principes de la théorie de la capillarité.

Le Chapitre II traite de l'élévation ou de la dépression d'un liquide auprès d'une paroi.

Le Chapitre III est intitulé : Liquides superposés ; suspension dans l'air d'un liquide par un tube capillaire.

Parmi les questions traitées dans ce Chapitre, nous signalerons : 1° l'étude des figures liquides obtenues par Plateau quand elles sont soustraites à la pesanteur, et celle de la stabilité de leur équilibre ; 2° l'effet de la viscosité dans l'état d'équilibre d'un liquide.

Le Chapitre IV a pour sujet la modification de la pression hydrostatique par les forces capillaires. Il correspond au Chapitre V du Livre de Poisson ; mais autant ce dernier Chapitre est difficile à lire, autant les démonstrations synthétiques données par M. Mathieu sont faciles à comprendre. Le même sujet est ensuite repris par l'Analyse.

Le Chapitre V est intitulé : Élévation d'un liquide au moyen d'un disque horizontal ; figures des gouttes de liquide posées sur un plan horizontal ou suspendues.

Citons les questions suivantes qui y sont traitées : des figures des gouttes de mercure, supposées d'abord grandes, ensuite petites ou moyennes ; calcul de la dépression barométrique ; détermination toute nouvelle des figures des gouttes au moment où elles sont près de se détacher d'un tube capillaire et conséquences qui s'en déduisent.

Histoire des sciences mathématiques et physiques; par M. *Maximilien Marie*, examinateur d'admission à l'École Polytechnique. Petit in-8°, caractères elzevirs, titre en deux couleurs. Tomes I, II, III et IV. Paris, Gauthier-Villars; 1883-1884. Prix de chaque tome : 6 francs.

I.

On raconte que Walter Raleigh avait, pendant son séjour forcé à la Tour de Londres, entrepris d'écrire une Histoire universelle. Interrompu un jour par le bruit d'une querelle, il appelle, s'enquiert, interroge; puis, ne pouvant, à travers les témoignages contradictoires des assistants, arriver à démêler le vrai motif de tout ce tapage, il jette dédaigneusement son manuscrit au feu, abjurant la prétention de dire, sur les faits lointains, la vérité qui lui échappe sur une rixe dont les bruyants ébats sont parvenus jusqu'à son oreille.

Raleigh était logique, s'il avait eu la chimérique ambition de remonter dans son Histoire jusqu'aux causes premières des événements et de retracer les détails précis de leur mode d'exécution. Mais tel n'est pas l'objet de l'Histoire générale; son domaine exclusif est le côté lumineux des événements, c'est-à-dire leur existence et leur résultat, la manière dont ils s'enchaînent et dont ils s'engendrent. Tous les événements de l'Histoire, qu'ils appartiennent à l'ordre scientifique ou à la vie politique, offrent ce double caractère d'être plongés d'un côté dans l'obscurité et de l'autre en pleine lumière. On a, par exemple, longtemps discuté sur les origines du Calcul différentiel; les avis peuvent même différer encore sur la part de Leibnitz et sur celle de Newton; mais tout le monde ne s'accorde pas moins à reconnaître que, vers la fin du XVII^e siècle, les efforts simultanés de ces deux génies immortels ont créé un nouveau calcul dont l'avènement a été l'occasion des applications les plus surprenantes et les plus variées, et a constitué le plus grand progrès qu'aient jamais fait les Sciences mathématiques. L'éclosion d'une idée nouvelle, les détails de sa formation sont donc choses obscures et discutables à l'infini; mais les traits principaux, les grandes lignes de son développement échappent au contraire à l'incertitude, et c'est une tâche difficile, mais non insurmontable, que de reproduire, sans en fausser les couleurs, le tableau des plus éclatantes conquêtes de l'esprit humain.

C'est bien en se plaçant à ce point de vue que M. Marie a écrit son Livre : « Il ne faut chercher », dit-il, « dans cet Ou- » vrage ni tentatives de restitution de faits inconnus, ni dis- » cussions sur les faits incertains.... L'Histoire que j'ai désiré » écrire est celle de la filiation des idées et des méthodes » scientifiques. » La lecture seule du premier volume permettait d'augurer que M. Marie avait atteint son but, mais nous avons préféré attendre, pour pouvoir affirmer le succès déjà prévu, que la publication fût plus avancée. Aujourd'hui quatre volumes ont paru de cet important Ouvrage; ils embrassent la longue période comprise entre Thalès et Huygens et renferment par conséquent la partie la plus intéressante et la plus difficile de l'Histoire des Sciences, c'est-à-dire celle où se produit le laborieux enfantement des premiers Chapitres de la Géométrie, de l'Astronomie, de l'Algèbre, de la Physique, de la Mécanique, de la Chimie et de la Physiologie: il n'est donc pas téméraire de préjuger de l'œuvre entière par ces quatre premiers Volumes.

II.

Les devanciers de M. Marie, Montucla, Bossut, etc., nous ont donné les noms des savants illustres, les dates et les titres de leurs Ouvrages; mais ils ont complètement omis, il faut l'avouer, de nous faire connaître, même aussi succinctement qu'on puisse l'imaginer, les méthodes suivies par les inventeurs. Considérons, par exemple, la période qui s'étend de Cavalieri à Huygens. Nous trouvons simplement dans l'*Aperçu historique :* « La méthode des indivisibles a suppléé » pendant cinquante ans à l'invention du Calcul intégral. » Montucla, de son côté, se borne à dire que Cavalieri considérait les lignes comme composées de points, les surfaces comme formées de lignes et les volumes comme résultant de feuilles empilées. Mais comment cette conception fut-elle mise en œuvre d'abord par le premier inventeur, puis par Roberval, Wallis et Pascal? Montucla, Bossut, Chasles restent muets sur ce sujet.

Toutes les Histoires nous apprennent que Roberval a quarré la cycloïde entière et cubé les volumes qu'elle engendre en tournant autour de sa base ou de la tangente au sommet, mais que Pascal le premier a évalué les aires des segments de cette courbe, ainsi que les volumes engendrés par la rotation de ces segments. Certes, entre les deux cas, la différence est grande et Montucla en convient. Mais ce qu'il importerait de montrer, c'est combien éloignées l'une de l'autre sont les méthodes qui permettent de les aborder.

Pour répondre avec précision à toutes les questions de ce genre, qui sont assurément les plus intéressantes, M. Marie s'est livré, pendant de longues années, à un véritable travail de bénédictin. Ne s'arrachant à ses livres, dans son charmant cottage de Chatillon, que pour cultiver un moment ses fleurs, il a dépouillé, avec une sagacité peu commune, les ouvrages originaux, et il nous en donne une analyse rigoureuse en se plaçant au point de vue même des auteurs, reproduisant *in extenso* les propositions fondamentales avec leurs démonstrations et indiquant rapidement le moyen d'en déduire les autres. C'est là, il faut le reconnaître, un service inappréciable rendu aux savants qui pourront ainsi, sans peine aucune, entrer en commerce intime avec les plus grands esprits de l'antiquité et des temps modernes.

Quel professeur n'a désiré connaître exactement les Œuvres d'Archimède, d'Euclide, d'Apollonius, de Ptolémée, de Diophante, de Pappus, de Copernic, de Cardan, de Viète, de Galilée, de Kepler, de Descartes, de Wallis, de Roberval, de Pascal, d'Huygens, de Newton, de Leibnitz, de Bernoulli, etc.? Mais comment déchiffrer tous ces Ouvrages? Sans doute Archimède et Euclide ont été fort bien traduits en français par Peyrard; mais, pour lire Peyrard, il faut en quelque sorte le traduire à son tour, en retrancher les trois quarts, et jeter pas mal de lumière sur le reste. Les Ouvrages d'Apollonius, de Ptolémée, de Diophante et de Pappus ont été traduits en langue latine; ceux de Copernic, de Cardan, de Kepler ont été écrits en latin par leurs auteurs eux-mêmes. Mais quel latin obscur! Viète parle à la fois latin et grec dans la même phrase. Les Traités de Galilée relatifs à la Mécanique sont en italien et n'ont pas été traduits. Descartes a écrit, il est vrai, en français, la Géométrie, la Dioptrique et les Météores; mais quel laconisme et que de commentaires exige le développement de sa pensée? Enfin quelle persévérance ne faut-il pas pour supporter sans lassitude les bizarreries de Cavalieri et la lourdeur de Roberval, pour s'accoutumer à la manière étrange de Wallis, qui ne s'appuie guère que sur des analogies. Pascal lui-même, malgré sa belle langue, a besoin d'être traduit, la plupart des expressions qu'il emploie n'ayant plus cours dans la Science moderne.

Il est inutile d'insister davantage sur l'étendue et l'utilité de l'œuvre de M. Marie; mais ce que nous tenons à constater, c'est l'habileté avec laquelle il a triomphé des difficultés de sa tâche, c'est l'agrément que nous a procuré la lecture de ce Livre qui est d'une si merveilleuse clarté. Et cependant, qu'on ne s'y trompe pas, ses analyses des Œuvres des grands géomètres ne sont pas de simples esquisses à l'usage des personnes qui ne veulent avoir qu'un aperçu de l'Histoire de la Science : ce sont des études profondes qui offriront un réel secours même aux personnes désireuses d'entreprendre la lecture des Ouvrages originaux. Voici, par exemple, comment M. Marie résume la solution donnée par Archimède du problème de l'équilibre d'un segment de paraboloïde flottant sur un liquide.

« Soient (*fig.* 14)

BAC la section du segment de conoïde par le plan vertical mené par l'axe AO;

h la hauteur AO du segment;

B'A'C' la partie plongée ;

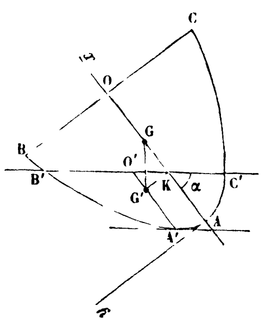
h' l'axe A'O' de cette partie;

α l'angle que l'axe AO fait avec l'horizon, dans la position d'équilibre;

p le paramètre de la parabole ;

G et G' les centres de gravité du segment entier et du segment plongé dans le liquide;

A*y* la tangente en A à la parabole de section BAC.



» Il faut exprimer que GG' fait avec A*y* l'angle α, qui est
» aussi l'angle de la tangente en A' à la parabole BAC avec
» l'axe AO*x*.

» Soient a et b les distances du point A′ aux droites Ax » et Ay; les distances des points G et G′ aux mêmes droites » sont respectivement $\frac{2}{3}h$ et o pour le premier, $a+\frac{2}{3}h'$ et b » pour le second. Par conséquent

$$GK = a - \tfrac{2}{3}(h-h')$$

» et

$$G'K = b;$$

» la raison qui détermine l'angle α (c'est tangα) est donc

$$\frac{a-\frac{2}{3}(h-h')}{b};$$

» mais cette raison est aussi $\frac{p}{b}$; et d'ailleurs

$$a = \frac{h^2}{2p}.$$

» En conséquence, il vient, en appelant K la raison cherchée » (tangα),

$$\frac{\frac{3}{2}(h-h') - \frac{p}{2K^2}}{\frac{p}{K}} = K;$$

» d'où

$$p = \tfrac{2}{3}(h-h') - \frac{p}{2K^2}.$$

» D'un autre côté, les volumes du segment entier et de la » partie plongée sont

$$\pi p h^2 \text{ et } \pi p h'^2;$$

» en désignant donc par P et P′ les poids d'un égal volume » du fluide et du segment de conoïde, on doit avoir

$$\frac{h^2}{h'^2} = \frac{P}{P'};$$

» d'où

$$h' = h\sqrt{\frac{P'}{P}};$$

» la condition d'équilibre est donc

$$p = \tfrac{2}{3}h\left(1-\sqrt{\frac{P'}{P}}\right) - \frac{p}{2K^2};$$

» d'où

$$K = \operatorname{tang}\alpha = \frac{p}{\sqrt{2p\left[\frac{2}{3}h\left(1-\sqrt{\frac{P'}{P}}\right)-p\right]}}.$$

» Pour que l'équilibre soit possible, sans que l'axe soit ver-
» tical, il faut que

$$h > \frac{\frac{3}{2}p}{1-\sqrt{\frac{P'}{P}}}.$$

» On retrouve dans cette formule la condition énoncée dans
» la proposition II. En effet, si $\frac{P'}{P}$ était infiniment petit, il
» faudrait absolument que h dépassât $\frac{3}{2}p$.

» La condition de réalité tang α, exprimée par rapport à $\frac{P'}{P}$,
» donne

$$\frac{P'}{P} < \frac{(h-\frac{3}{2}p)^2}{h^2}.$$

» C'est ce qu'exprime l'énoncé de la proposition IV : si le seg-
» ment de conoïde a son axe plus grand que trois fois la moitié
» du demi-paramètre ($2p$), et si la raison de la pesanteur de
» ce segment à la pesanteur d'un volume égal du fluide n'est
» pas moindre que la raison du carré de l'excès de l'axe sur
» trois fois la moitié du demi-paramètre, au carré de l'axe,
» l'équilibre sera impossible avec une direction inclinée de
» l'axe. »

Le cas où la base du segment est entièrement plongée dans le liquide est traité d'une manière analogue.

III.

Ce serait méconnaître le caractère de l'Ouvrage qui nous occupe si l'on concluait de ce qui précède que l'auteur n'a visé qu'à donner une compilation pouvant, jusqu'à un certain point, tenir lieu des écrits originaux. M. Marie est au contraire dirigé dans ses jugements par des vues personnelles très nettes qui établissent un lien étroit entre les diverses parties de son œuvre et donnent à son livre une unité remarquable et un attrait particulier.

C'est surtout la création laborieuse de l'Algèbre que M. Marie éclaire à l'aide d'une théorie qui lui est propre.

L'Algèbre est la théorie abstraite des lois, c'est-à-dire des relations de dépendance entre des grandeurs susceptibles de varier simultanément : elle a pour objet, dans ses développements ultérieurs, l'étude des transformations qu'on peut faire subir aux expressions de ces lois sans les altérer; mais les premiers efforts, et les plus pénibles, ont dû porter sur les moyens d'exprimer ces lois sous la forme que leur attribuaient d'abord les recherches concrètes. Or le point de vue où nous nous trouvons placés, depuis l'invasion en Occident des méthodes des Hindous et des Arabes, devait nous faire complètement illusion sur les premières origines de l'Algèbre; toutes nos habitudes d'esprit nous amènent en effet à la rattacher à l'Arithmétique, à la considérer, suivant l'expression de Newton, comme une *Arithmétique universelle*, ne différant de l'Arithmétique ordinaire que par l'emploi des lettres substituées à des nombres.

Il en est à peu près ainsi, en effet, depuis qu'on a pu, à l'imitation des Hindous et des Arabes, introduire dans les éléments les formules des mesures des aires et des volumes; mais les géomètres grecs n'ont pas connu ces formules. Toutefois on admet généralement qu'Archimède, Apollonius et surtout Pappus possédaient une Algèbre relativement assez avancée, vu les transformations déjà fort compliquées qu'ils font subir aux relations qu'ils emploient. Wallis, Chasles et bien d'autres ont non seulement accepté l'hypothèse de l'existence de cette Algèbre, mais ils ont en outre cherché à la restituer. Seulement, et c'est ce qui explique l'insuccès de leurs tentatives, ils se plaçaient toujours au point de vue moderne, c'est-à-dire qu'ils se demandaient par quel artifice les Grecs avaient pu faire concourir leur Arithmétique au progrès de la Géométrie, tandis qu'en réalité les géomètres grecs n'ont jamais eu l'idée de rapporter à des unités les grandeurs sur lesquelles ils spéculaient.

M. Marie montre très bien, par des exemples concluants, que les géomètres grecs n'ont jamais introduit que les grandeurs elles-mêmes dans leurs formules parlées, et il voit avec raison, ce nous semble, la résolution complète des équations du second degré dans celle de ces trois problèmes d'Euclide : *Diviser une droite donnée en deux parties dont la moyenne proportionnelle soit une ligne donnée. Construire un rectangle équivalent à un carré donné et tel que la somme ou la différence de sa base et de sa hauteur soit une longueur don-*

née. Enfin *diviser une droite en moyenne et extrême raison*. Pour les Grecs, en effet, c'était là un mode de résolution achevé, puisque, n'ayant jamais cherché à évaluer les grandeurs en nombre, ils n'avaient à se préoccuper que d'obtenir en quelque sorte des formules géométriques, c'est-à-dire les moyens de construire les racines.

Cette manière de voir a permis à M. Marie de supprimer une anomalie singulière qui avait, depuis un demi-siècle, exercé vainement la sagacité des historiens.

Venturi et à sa suite Chasles et M. Cantor avaient attribué à Héron l'Ancien, qui vivait à Alexandrie 150 ans environ avant notre ère, la paternité d'un Ouvrage de Géodésie intitulé la *Dioptre* (le niveau — Περὶ Διόπτρας) où l'on trouve la description d'un instrument semblable à notre théodolite et en outre la formule de l'aire d'un triangle en fonction des trois côtés. On possède de cet Ouvrage, dont Venturi a révélé l'existence, trois copies manuscrites assez dissemblables et qui appartiennent respectivement à la Bibliothèque nationale et aux bibliothèques de Strasbourg et de Vienne.

D'autre part, il existe trois éditions encore plus discordantes, d'un Ouvrage intitulé la *Géodésie*, et dû à Héron le Jeune qui vivait à Constantinople vers le VII^e ou le VIII^e siècle de notre ère. Ce Traité, qui donne de nombreux détails sur la Topographie de Constantinople à cette époque, renferme, mais seulement dans deux des éditions qui nous restent, l'énoncé sans démonstration du théorème en question sur l'aire du triangle. En outre, dans celle des trois éditions qui ne contient pas cet énoncé, Héron le Jeune avoue, au dire du traducteur Barocci, qu'il a fait de nombreux emprunts à son homonyme Héron l'Ancien, et c'est de cet aveu que Venturi a conclu que la *Dioptre* et, par suite, le pseudo-théodolite et la formule relative à l'aire du triangle appartenaient à Héron l'Ancien.

M. Marie est au contraire porté à croire que la *Dioptre* et la *Géodésie* ne font qu'un même Ouvrage dû à Héron le Jeune, et dont le second n'est qu'un abrégé défectueux et incomplet du premier. Il établit, en tout cas, d'une façon qui nous paraît irréfutable, que la *Dioptre* ne peut être l'Ouvrage de Héron l'Ancien et que son origine est beaucoup moins reculée. Mais laissons ici la parole à notre historien, le jugement qu'il porte sur cette question nous paraissant un exemple bon à citer de saine critique.

« L'aveu (signalé par Barocci) permet-il de trancher la ques-

» tion? Peut-on en conclure que le *Traité de la Dioptre* soit » certainement de Héron l'Ancien, et que Héron le Jeune n'ait » fait que copier plus ou moins maladroitement l'Ouvrage de » son homonyme, en l'abrégeant?

» Il ne me paraît pas que les circonstances soient de nature » à autoriser des conclusions si formelles, parce que, dans l'hy- » pothèse où les deux Ouvrages n'en feraient qu'un, où le » second ne serait qu'une mauvaise copie du premier, il ne » serait pas bien difficile d'admettre qu'un copiste, rencontrant » deux Ouvrages distincts sous certains rapports et pareils » sous d'autres, et s'expliquant d'autant moins le fait que tous » deux portaient le même nom d'auteur, ait attribué l'un à » l'un des Héron et l'autre à l'autre : le plus complet, naturel- » lement, à Héron l'Ancien et l'abrégé à Héron le Jeune; il » serait encore moins étonnant que le copiste eût inséré dans » la *Géodésie* une mention des emprunts faits à la *Dioptre,* et » qu'un autre copiste eût attribué plus tard cette mention à » l'auteur présumé des emprunts. Les altérations de textes ne » sont malheureusement pas assez rares dans les anciens ma- » nuscrits pour qu'une pareille hypothèse soit invraisem- » blable....

» Je crois qu'il convient de rechercher dans l'Ouvrage lui- » même l'époque à laquelle il peut avoir été écrit, et que l'on » sera fondé à rejeter une hypothèse, même appuyée sur des » textes précis, si cette hypothèse ne présente que des invrai- » semblances plus choquantes les unes que les autres.

» Or, je pense qu'il suffira de donner une analyse de la » *Dioptre* pour rendre évidente l'impossibilité de l'attribuer à » Héron l'Ancien....

» C'est un Traité de Géodésie où se trouvent indiquées les » solutions, à l'aide de la dioptre, d'un grand nombre de ques- » tions de Géométrie pratique, telles que : mesurer la diffé- » rence de niveau de deux points visibles ou invisibles l'un de » l'autre; mesurer la surface d'un champ sans y pénétrer, etc....

» L'Ouvrage débute par la description de la dioptre, que » Venturi termine en ajoutant : ON VOIT QUE L'INSTRUMENT DE » HÉRON AVAIT UNE GRANDE RESSEMBLANCE AVEC LES MODERNES » THÉODOLITES.

» J'admets tout cela; car Venturi nous affirme que sa tra- » duction est aussi fidèle que le permettaient le génie de sa » langue, le style des géomètres modernes et les erreurs de sa » copie, car il a collationné les deux manuscrits. J'admets

» tout cela, dis-je, non sans étonnement, il est vrai, mais à la » condition que l'aventure ne se passe pas deux siècles et demi » avant Ptolémée, à moins qu'on ne découvre bientôt que la » dioptre de l'auteur de l'*Almageste* était un cercle répéti- » teur de Borda, divisé par un des Gambey, dont il existait un » si grand nombre à Alexandrie en l'an 158, et muni d'une » lunette de Galilée à laquelle Picard avait ajouté un réticule » et Auzout un micromètre.

» Mais l'hypothèse que Héron l'Ancien ait trouvé vers 100 » la formule de l'aire d'un triangle en fonction de ses côtés » me paraît présenter des invraisemblances encore plus » grandes.

» Ces invraisemblances sautent tellement aux yeux que » Libri, partagé entre le désir de reprendre Chasles, ce dont » il ne manque jamais les occasions qu'il rencontre assez fré- » quemment, et l'ennui de contredire son compatriote, en vient » à supposer que le théorème en question, si le Περὶ Διόπτρας » était l'œuvre de Héron l'Ancien, aurait été intercalé par » quelque Alexandrin.

» Nous ne savons pas d'une manière certaine, dit-il, tome II, » page 181, si cet Ouvrage est celui de Héron l'Ancien, et si en » tout cas il ne contient pas des interpolations faites par ces » mêmes Alexandrins, qui ont attribué à Archimède le petit » écrit sur l'analyse indéterminée dont j'ai parlé précédem- » ment.

» Mais il me semble difficile que ce beau théorème se fût » trouvé dans un Ouvrage aussi ancien que celui du premier » Héron, sans qu'aucun géomètre grec eût songé à le citer.

» En effet, comment pourrait-on admettre, par exemple, que » Pappus, qui a donné un extrait des *Mécaniques* de Héron » l'Ancien dans le huitième Livre de ses *Collections mathé- » matiques*, n'eût pas jugé à propos de dire un seul mot du » théorème dont il s'agit? Mais surtout comment pourrait-on » expliquer le silence gardé sur ce même théorème par Pro- » clus, qui prend la peine de discuter la convenance d'une ré- » duction proposée par Héron l'Ancien dans le nombre des » axiomes admis par Euclide?

» Comment Venturi n'a-t-il pas vu que ces deux faits, qu'il » rapporte lui-même, étaient inconciliables avec son hypothèse?

» Mais cette hypothèse me paraît encore bien plus inad- » missible qu'à Libri, et pour des raisons bien plus considé- » rables.

» Non seulement on ne trouve dans aucun Ouvrage grec, » autre que la *Dioptre,* la formule de la mesure de l'aire d'un » triangle en fonction des mesures de ses côtés, mais on n'y » trouve même pas la formule de cette mesure en fonction des » mesures de la base et de la hauteur; et il y a à cela une ex- » cellente raison : c'est que la formule

$$S = \tfrac{1}{2} bh$$

» suppose que l'on prenne pour unité de surface le carré con- » struit sur l'unité linéaire, convention qui n'a rien d'obliga- » toire, qu'il faut au moins mentionner quand on la fait, que » Héron le Jeune a bien pu tenir des Hindous, mais qui n'est » indiquée dans aucun auteur grec antérieur à Héron l'Ancien.

» D'un autre côté, si Ptolémée avait connu l'expression de » l'aire d'un triangle sous la forme

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

» à plus forte raison l'aurait-il connue sous la forme plus » simple

$$S = \tfrac{1}{2} bh = \tfrac{1}{2} bc \tfrac{1}{2} \text{corde} 2A = \tfrac{1}{4} bc \,\text{corde} 2A;$$

» mais alors la comparaison des deux formules lui eût fourni » immédiatement le théorème

$$\text{corde } 2A = 4 \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{bc}.$$

» Or cette formule se trouve-t-elle dans Ptolémée qui, pour » résoudre le moindre triangle, le décompose toujours en deux » triangles rectangles?

» On ne peut donc attribuer le théorème à Héron l'Ancien » sans rejeter Ptolémée dans les catacombes intellectuelles.

» On n'a pas assez remarqué que la maladresse avec laquelle » les anciens établissent les équations dont ils se servent tient » essentiellement à ce qu'ils n'ont pas les formules des mesures » des surfaces et volumes, dont les équivalences nous fournis- » sent beaucoup plus souvent des relations entre les éléments » linéaires des figures que les circonstances de position ou de » similitude que ces éléments peuvent présenter.

» Il y a contradiction à leur faire cadeau des formules des » mesures en leur laissant leur maladresse; et les Grecs, s'ils » pouvaient revenir, seraient les premiers à rejeter un pré- » sent aussi injurieux pour leur intelligence....

» En résumé, je ne crois pas du tout que le *Traité de la* » *Dioptre* soit de Héron l'Ancien, et si l'on ne veut pas qu'il » soit de Héron le Jeune, alors il faudra, je pense, chercher un » troisième Héron. »

IV.

Les géomètres arabes et leurs imitateurs juifs ou chrétiens, jusqu'à Viète, appliquaient déjà leur Algèbre à la solution des problèmes de Géométrie, en ce sens qu'ils arrivaient à calculer les mesures de quelques lignes inconnues de certaines figures, connaissant celles d'autres lignes qui pouvaient servir à la construction ou à la définition de ces figures. Mais ils avaient toujours soin de choisir des nombres entiers pour représenter les données, et ils s'arrangeaient en outre généralement de façon que les inconnues fussent représentées par des nombres, sinon entiers, au moins commensurables.

Du reste, pour établir leurs théorèmes d'Algèbre, ils allaient puiser leurs démonstrations dans Euclide. Cardan lui-même, pour démontrer la formule relative au cube de la somme de deux nombres, en est réduit à suppléer, sous ce rapport, le géomètre grec, et à effectuer la décomposition en quatre parties du cube construit sur la somme de ces lignes.

L'accord du concret et de l'abstrait était donc loin encore d'être établi, et c'est à Viète qu'était réservé le mérite de l'instituer, quoique d'une façon bien singulière. Peu de temps après, Descartes le fonda sur de nouvelles bases, et la méthode moderne sortit enfin des mains de Wallis. Rien n'est plus intéressant que l'histoire de ces transformations, et nous aurions eu plaisir à en retracer les phases successives; mais les bornes qui nous sont imposées ne nous permettent que de renvoyer le lecteur aux pages attrayantes que M. Marie a consacrées à Viète et à Descartes, et dans lesquelles il caractérise avec tant de justesse les révolutions opérées par ces deux savants illustres.

Nous ne ferons plus qu'une citation : c'est le récit de la vie aventureuse de Raymond Lulle; nous choisissons cet exemple pour doner une idée des ressources que M. Marie puise dans son style.

« Originaire de Belgique, le père de Raymond Lulle avait » aidé, en 1231, Jaques I[er], roi d'Aragon, à enlever aux Sarra- » zins les îles de Majorque et de Minorque, et y avait obtenu, » après la victoire, des seigneuries importantes.

» Raymond Lulle fut d'abord page, puis grand sénéchal du
» roi d'Aragon. Il se maria très jeune et fut bientôt père de
» trois enfants; mais il abandonna presque aussitôt sa jeune
» femme et ses enfants, pour se lancer dans une vie d'aventures
» presque fabuleuses, à la suite d'un chagrin amoureux, déjà
» fort bizarre.

» Il laisse la moitié de son bien à sa femme, donne le reste
» aux pauvres et va vivre dans la montagne en ermite. Là il
» apprend les langues anciennes, et surtout l'arabe, dévore
» tous les livres de Science qu'il peut se procurer; puis, un
» beau jour, descend de la montagne pour prêcher une nou-
» velle philosophie et pour convertir les infidèles.

» Il ne rêve pas une nouvelle croisade à main armée, mais
» il veut que pape et princes se liguent pour répandre et
» propager l'enseignement de l'arabe et des Sciences arabes, afin
» de pouvoir adresser aux infidèles une foule imposante de doc-
» teurs capables de leur montrer leur erreur et de les gagner à
» la foi.

» Il fait dans cette vue cinquante voyages à Paris, à Rome, à
» Londres, et, éconduit à peu près partout, il s'en va seul prê-
» cher les infidèles et disputer avec leurs docteurs; on l'insulte,
» on le bat, on l'emprisonne, on le chasse; il revient à Rome
» ou à Paris raconter les avantages qu'il a obtenus, retourne
» en Afrique, se fait de nouveau condamner, s'évade, etc. Enfin
» il parvint, à quatre-vingts ans, à se faire lapider à Bougie,
» et encore pas tout à fait, car des marchands génois, ayant re-
» connu son cadavre, l'emportèrent sur leur vaisseau où il re-
» vint d'abord à lui, pour mourir, il est vrai, deux jours après,
» avant d'atteindre Majorque, où son tombeau existe encore
» et où il est regardé comme un saint.

» Ses innombrables voyages le mirent deux fois en présence
» d'Arnaud de Villeneuve, à Montpellier d'abord, puis à Naples.
» Il se lia avec notre chimiste, en suivit les leçons avec l'en-
» thousiasme qu'il apportait à toutes choses et voulut devenir
» maître en cette Science.

« D'après l'exposé de ses aventures, on croirait impossible, dit
» M. Dumas, que Raymond Lulle ait pu laisser, sur la Chimie sur-
» tout, des Ouvrages dignes de quelque attention. Comment imaginer,
» en effet, qu'une vie si agitée lui ait permis de méditer des idées
» profondes et de se livrer à des travaux importants?

» Mais, tout en voyageant sans cesse, il trouvait le moyen d'écrire

» dans presque tous les pays sur la Chimie, la Physique, la Méde-
» cine et la Théologie.

» Dégagez de ses Ouvrages l'élément alchimique, et vous serez
» surpris d'y observer une méthode et des détails qui maintenant
» nous étonnent.

» Parmi les alchimistes, Raymond de Lulle a fait école, et l'on
» peut dire qu'il a donné une direction utile. En effet, c'est lui qui,
» cherchant la pierre philosophale par la voie humide, et qui, em-
» ployant la distillation comme moyen, a fixé l'attention sur les pro-
» duits volatils de la décomposition des corps. »

» Sa recette pour la pierre philosophale paraît consister dans
» la préparation de l'acide nitrique, qu'il obtenait en distillant
» un mélange de nitre et de sulfate de mercure.

» Cet acide dissolvait l'argent, et, additionné d'un *mercure*
» *végétal* (qu'on croit être de l'esprit pyro-acétique), il dis-
» solvait l'or : il pouvait donc engendrer ces métaux précieux.
» Nous supposons du moins que c'était l'idée de Raymond, car,
» naturellement, la conclusion manque, c'est-à-dire l'or. »

C'est cette allure vive et charmante qui a permis de condenser en quatre Volumes tant de faits intéressants, tant d'appréciations judicieuses. On est surpris de pouvoir acquérir d'une manière aisée et si prompte des connaissances si complètes. Aussi bien, tout dans ces jolis Volumes concourt à l'agrément du lecteur : c'est l'art avec lequel l'auteur sait aplanir la route; c'est la simplicité du plan qui, grâce à de nombreuses préfaces marquant les tendances de chaque époque, apparaît toujours nettement, malgré la diversité des sujets traités; c'est enfin la commodité du format, l'élégance des caractères employés, l'heureuse disposition du texte où se manifeste une fois de plus le goût exquis de notre savant éditeur, M. Gauthier-Villars.

Il ne nous reste plus qu'à exprimer un désir : c'est que ce bel Ouvrage se répande vite partout et en grand nombre, qu'il figure dans toutes nos Bibliothèques publiques, et surtout dans celles de nos Facultés, de nos Lycées, de nos Collèges. Épargnant aux maîtres bien des recherches, il inspirera aux élèves le goût de la Science et le respect pour tous les hommes qui ont consacré leur vie à la faire progresser.

EUGÈNE ROUCHÉ.