Sur une manière d'interpréter l'article relatif à la mécanique du nouveau programme d'admission à l'École polytechnique (physique)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 497-506

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__497_0>

SUR UNE MANIÈRE D'INTERPRÉTER L'ARTICLE RELATIF A LA MÉCANIQUE DU NOUVEAU PROGRAMME D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE (PHYSIQUE);

PAR UN ANCIEN PROFESSEUR DE L'UNIVERSITÉ.

L'article dont il s'agit a pour titre :

NOTIONS SUCCINCTES DE MÉCANIQUE SERVANT DE BASE A L'ÉTUDE DE LA PESANTEUR. — *Mouvement rectiligne uniforme, et uniformément varié; vitesse; accélération; composition de ces mouvements; notions sommaires sur les couples, la composition et l'équilibre des forces appliquées à un corps solide; notions sommaires sur le travail et la force vive.*

Cet énoncé très sommaire pourrait peut-être donner lieu à quelques méprises en ce qui concerne la marche à suivre et les modes de démonstrations qu'il convient d'adopter pour satisfaire aux conditions du programme. J'ai pensé qu'il pourrait être utile aux professeurs de Physique de donner un sens précis à l'état de la question : c'est ce qui m'a conduit à rédiger cette Note, basée, d'ailleurs, sur des renseignements pris à la source, tout en ne relevant que les points principaux.

§ I. — CINÉMATIQUE.

I. — *Mouvement uniforme en ligne droite d'un point géométrique; chemin parcouru* $(s = at)$; *vitesse.*

II. — *Mouvement uniformément varié en ligne droite* $\left(s = at + \frac{bt^2}{2}\right)$, *accéléré, retardé.*

Au bout du temps $t+\theta$, s deviendra

$$s+\sigma = a(t+\theta)+\frac{b}{2}(t^2+2t\theta+\theta^2);$$

d'où

$$\sigma = a\theta + bt\theta + \frac{b\theta^2}{2}$$

et

$$\frac{\sigma}{\theta} = a + bt + \frac{b\theta}{2}.$$

Si θ diminue indéfiniment, $\frac{\sigma}{\theta}$ a pour limite

$$V = a + bt, \tag{1}$$

et c'est cette limite qui a reçu le nom de *vitesse* au bout du temps t.

La constante a est la *vitesse initiale* ou la valeur de V qui correspond à $t=0$.

La constante b est l'*accélération* du mouvement.

Considérons s comme une ordonnée, et t comme une abscisse, en supposant rectangulaires les axes Os, Ot menés par le point de départ O, c'est-à-dire à partir duquel il est convenu de mesurer le temps. L'équation

$$s = at + \frac{bt^2}{2} \tag{2}$$

représentera une parabole du second degré dont le coefficient angulaire donnera la valeur de V.

Des équations (1) et (2) on déduit

$$s = \frac{t}{2}(2a+bt) = \frac{(a+V)t}{2};$$

d'où ce théorème : *Le chemin parcouru au bout du temps t est le même que celui du mouvement uniforme dans lequel la vitesse serait la moyenne des vitesses extrêmes.*

III. — *Digression sur les résultantes géométriques.*

Soient ab, bc, cd, ..., hk des droites de longueurs et de directions déterminées, placées bout à bout en partant de l'origine a. La droite ak sera la résultante géométrique des droites ci-dessus.

Cas particuliers. — 1° La résultante de deux droites est la diagonale du parallélogramme construit sur ces droites, menées par le point de départ a;

2° La résultante de trois droites est la diagonale du parallélépipède construit sur ces droites partant d'une même origine.

IV. — *Composition et décomposition des mouvements rectilignes et uniformes.*

Soient

$$Om = s = at,$$

Ox, Oy deux droites quelconques, menées dans un plan passant par Om; m_x, m_y les projections de m sur Ox, Oy, déterminées par des parallèles à Oy et Ox; a_x, a_y les projections semblables de la longueur a mesurée à partir de O sur la direction de Om.

Je considère maintenant comme mobile le point m_x, et je suppose que la droite Ox se transporte parallèlement à elle-même avec la vitesse a_y. Il est clair qu'au bout du temps t le point m_x coïncidera avec m.

On voit ainsi que : 1° le mouvement du point m peut être considéré comme résultant de deux mouvements simultanés parallèles à Ox, Oy, et que a est la résultante géométrique de a_x, a_y; 2° la vitesse d'un point mobile peut être décomposée géométriquement en deux autres vitesses de directions données, à la condition que tout se passe dans un même plan.

La vitesse suivant Ox pouvant être considérée comme étant la résultante de deux autres vitesses, on est conduit à poser en principe que :

La vitesse d'un point animé d'un mouvement rectiligne uniforme peut être regardée comme étant la ré-

sultante géométrique d'autres vitesses de directions données.

Les considérations qui précèdent s'appliquent au mouvement uniformément accéléré; car, d'après la formule (1), pour une valeur de t aussi petite que l'on voudra la vitesse peut être considérée comme constante.

V. — *De l'accélération.* — En supposant nulle la vitesse initiale dans le mouvement rectiligne uniformément varié, on a

$$s = \frac{bt^2}{2}.$$

En se reportant aux considérations qui précèdent, on reconnaît sans peine que les accélérations se composent et se décomposent comme les vitesses.

§ II. — Des forces.

VI. — *Constitution des corps; divisibilité; molécules, ou points matériels.*

VII. — Premier principe élémentaire de la Mécanique. — *L'état de repos ou de mouvement d'un point matériel ne peut être modifié que par l'intervention d'une cause appelée* force.

C'est donc une force F qui, dans le mouvement rectiligne uniformément varié, produit l'accélération b. On admet que la cause est proportionnelle à l'effet qu'elle produit, et l'on pose, en conséquence,

$$F = mb,$$

m étant un coefficient qui peut varier d'un point matériel à un autre et qui est ce que l'on appelle la *masse* du point matériel considéré. La force se représente par une droite dirigée dans le sens de l'accélération.

VIII. — *Hypothèses sur la constitution du corps.* — Un point matériel peut toujours être considéré comme libre.

IX. — Second principe. — *Plusieurs forces agissant simultanément sur un point matériel produisent chacune le même effet que si les autres n'existaient pas, et cela indépendamment de la vitesse acquise.*

Il est donc permis de supposer que le point matériel est au repos.

Si les forces F, F', ... constantes en grandeur et en direction donnaient lieu individuellement aux accélérations φ, φ', ... ayant Φ pour résultante, elles produiraient le même effet que la force $R = m\Phi$ qui sera représentée par le dernier côté du polygone formé par des droites égales et parallèles à F, F', ... placées bout à bout. On reconnaît, d'ailleurs, très facilement, par la théorie des projections, que l'ordre dans le mode de composition est indifférent.

§ III. — Statique des corps solides.

X. — *Hypothèse, comme première approximation, de l'invariabilité de forme d'un solide soumis à l'action de forces extérieures.*

XI. — *Principe expérimental.* — Deux forces égales appliquées en sens inverse en deux points d'un solide, suivant la droite qui joint ces points, se font équilibre, c'est-à-dire qu'elles ne changent en rien l'état de repos ou de mouvement du corps.

XII. — *On peut considérer une force comme étant appliquée en un point quelconque de sa direction pourvu que ce point soit invariablement lié au point d'application primitif de la force.*

Soient A le point d'application de la force F, A′ un point quelconque de la direction de cette force. L'équilibre ne serait pas troublé en appliquant en A′ les forces F′, — F′ égales à F; mais, d'après le principe précédent, les forces F et — F′ se font équilibre. Il ne reste donc que la force F′ appliquée en A′, ce qu'il fallait établir.

XIII. — *Composition des forces concourantes.* — Si ces forces se rencontrent en un point O du corps, on peut les considérer comme étant appliquées au point matériel correspondant, et la composition s'effectuera d'après la règle n° 9.

Il en est encore de même si le point de concours O se trouve en dehors du corps, à la condition de supposer le point relié invariablement au corps.

XIV. — *Moment d'une force par rapport à un point; sens et signe du moment; bras de levier.*

Théorème de Varignon établi par la relation qui existe entre les aires des triangles ayant pour bases deux composantes et leur résultante et pour sommet le centre des moments, situé dans le plan de ces forces; cas où le centre des moments se trouve sur la direction de la résultante; extension du théorème à un nombre quelconque de forces concourantes comprises dans un même plan.

XV. — *Composition des forces parallèles et de même sens.* — Soient P et Q deux forces appliquées en A et B, situées dans un même plan, et que l'on peut considérer comme agissant sur le point de concours O de leurs directions, R leur résultante.

Si, en considérant les points A et B comme fixes, on suppose que le point O s'éloigne indéfiniment de A dans la direction de P, la force Q deviendra, à la limite, parallèle à P. La projection de R sur la direction de P sera

$P + Q$, et sera nulle sur la perpendiculaire à cette direction. Il suit de là que *les forces parallèles et de même sens* P *et* Q *ont une résultante qui leur est parallèle et égale à leur somme.*

Soit I l'intersection de la direction de la résultante $R = P + Q$ avec AB, point auquel on peut supposer que cette résultante est appliquée. Les bras de levier de P et de Q par rapport au point I, étant proportionnels à AI et IB, on a, en remarquant que le théorème de Varignon, s'applique, quel que soit l'éloignement de O,

$$P.AI = Q.BI,$$
$$\frac{P}{Q} = \frac{BI}{AI},$$
$$\frac{P+Q}{Q} = \frac{R}{Q} = \frac{AB}{AI};$$

donc, etc.

On déduit de là la décomposition d'une force en deux autres de même sens parallèles à sa direction et comprises avec elle dans un même plan; la composition successive de forces parallèles de même sens situées ou non dans le même plan, enfin le *centre* des forces parallèles.

XVI. — *Composition de deux forces parallèles et de sens contraire.*

Soit, dans l'hypothèse des forces concourantes, $P > Q$, la force P étant censée se trouver dans la direction de OA, et la force Q dans la direction de BO.

En appliquant les mêmes principes que ci-dessus, on trouve

$$R = P - Q,$$
$$P.AI = Q.BI,$$
$$\frac{P-Q}{Q} = \frac{R}{Q} = \frac{AB}{AI};$$

donc, etc.

Si $P = Q$, on a $R = 0$, $AI = \infty$, ce qui n'a pas de sens dans les conditions où je me suis placé. Le système, dans ce cas particulier, constitue un *couple* dont les propriétés seront l'objet d'un examen spécial.

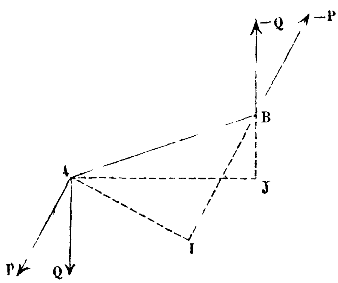
XVII. — *Composition d'un nombre quelconque de forces parallèles de l'un et l'autre sens.*

XVIII. — *Bras de levier et moment d'un couple.*

XIX. — *Composition de deux couples* $(P, -P)$, $(Q, -Q)$ *situés dans un même plan.*

Soient (*fig.* 1) A, B les intersections de P et Q et de $-P$, $-Q$; AI, AJ les bras de levier de $(P, -P)$,

Fig. 1.



$(Q, -Q)$; R la résultante des forces P et Q, égale, parallèle et de sens contraire à celle de $-P$ et $-Q$.

Les forces R, $-R$ constituent un couple dont on désignera par p le bras de levier. En prenant les moments de $-R$, $-P$, $-Q$ par rapport à A, on a

$$Rp = P.AI + Q.AJ.$$

Ce qui exprime que le moment du couple résultant est égal à la somme algébrique des moments des couples composants.

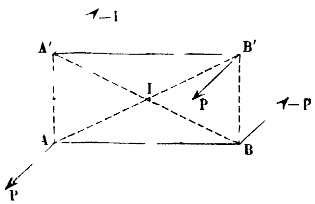
Pour que ces derniers couples se détruisent, il faut que R, — R soient dirigées suivant AB, ou que $p = 0$, ou encore que les moments de (P, — P) et de (Q, — Q) soient égaux et de sens contraire.

Il suit de là que : 1° *un couple* (P, — P) *peut être remplacé dans son plan par un couple* (Q, — Q) *de même moment ;* 2° *un couple peut être déplacé dans son plan.*

XX. — *On peut transporter un couple dans un plan qui lui est parallèle.*

On peut supposer que AB (*fig.* 2) est le bras de levier de (P, — P), qu'un autre couple (— P, P) parallèle et de

Fig. 2.



sens contraire au précédent soit situé de manière que son bras de levier se projette suivant AB.

Les forces P, appliquées en A et B', auront une résultante 2P passant par le milieu I de AB' ; cette résultante sera détruite par celle des deux forces — P. Les deux couples se feront ainsi équilibre ; par suite, le couple (P, — P, A'B') produira le même effet que le couple (P, — P, AB), ce qu'il fallait établir.

XXI. — *Force vive ; travail.*

La *force vive* d'un point matériel de masse m à un instant quelconque est le produit mV^2 de cette masse par le carré de la vitesse.

Le *travail* d'une force constante en grandeur et en direction, correspondant à un intervalle déterminé, est le produit de cette force par le chemin parcouru par son point d'application.

Des formules

$$s = at + \frac{bt^2}{2}, \quad V = a + bt$$

qui s'appliquent à ce dernier cas, on déduit, par l'élimination de t,

$$\frac{V^2 - a^2}{2} = bs$$

ou

$$\frac{mV^2 - ma^2}{2} = mbs = Ps.$$

$P = mb$ étant la force qui agit sur le point mobile; donc, etc.