NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DOUCET

Note sur les systèmes triples de surfaces orthogonales

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 315-316

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__315_1>

NOTE SUR LES SYSTÈMES TRIPLES DE SURFACES ORTHOGONALES;

PAR M. DOUCET,
Professeur au lycée Corneille, à Rouen.

Considérons trois surfaces S_1, S_2, S_3 qui se coupent orthogonalement en M, et rapportons-les à leurs plans tangents en ce point; nous aurons, en appliquant le développement de Maclaurin, les équations

$$
\begin{aligned}
&(S_1) \qquad & x &= Ay^2 + 2Byz + Cz^2 + \alpha,\\
&(S_2) \qquad & y &= A'z^2 + 2B'zx + C'x^2 + \beta,\\
&(S_3) \qquad & z &= A''x^2 + 2B''xy + C''y^2 + \gamma,
\end{aligned}
$$

α, β, γ désignant des ensembles de termes dont le degré surpasse le second. Si l'on exprime qu'en un point M' de leur intersection, infiniment voisin de M, les surfaces S_1 et S_2 se coupent à angle droit, on a

$$B + B' = 0.$$

On obtiendrait de même $B' + B'' = 0$, $B'' + B = 0$; donc $B = B' = B'' = 0$, et les équations des surfaces deviennent

$$
\begin{aligned}
x &= Ay^2 + Cz^2 + \alpha,\\
y &= A'z^2 + C'x^2 + \beta,\\
z &= A''x^2 + C''y^2 + \gamma.
\end{aligned}
$$

On voit que les lignes de courbure de S_1 sont tangentes en M aux axes My et Mz, lesquels sont aussi tangents, en ce même point, aux intersections de S_1 avec S_2 et S_3.

Cela étant vrai pour un point quelconque, la remarque qui précède démontre le théorème de Charles Dupin.