Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 301-302

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__301_1>

CORRESPONDANCE.

M. Fauquembergue a énoncé et démontré, 3e série, t. II, p. 430, la proposition suivante :

Le cube d'un nombre entier autre que l'unité ne peut être la somme des carrés de deux nombres entiers consécutifs.

Voici une solution élémentaire de cette question. Il s'agit de prouver que l'équation

$$(1) \qquad X^3 = (x+1)^2 + x^2$$

n'est vérifiée, en nombres entiers, que par

$$x = 0 \quad \text{et} \quad X = 1.$$

Je pose $X = x + y$. L'équation (1) ordonnée par rapport à x devient

$$(2) \qquad x^3 + (3y - 2)x^2 + (3y^2 - 2)x + y^3 - 1 = 0.$$

On voit sous cette forme que, x et y étant assujettis à être entiers et positifs, (2) n'est vérifiée que pour $x = 0$ et $y = 1$.

P. D.

M. Catalan fait observer que le théorème exprimé par la formule (4) de la page 67 (même Tome), ou plutôt par l'égalité

$$H(p, m) = \sum \frac{a^{p+m-1}}{f'(a)},$$

lui paraît dû. (Voir *Comptes rendus*, année 1858; *Mélanges mathématiques; Cours d'Analyse de l'Université de Liège;* etc.).

Extrait d'une lettre de M. de Saint-Germain.

Dans le numéro de novembre 1883, M. d'Ocagne a fait connaître un théorème intéressant sur les propriétés segmentaires du triangle; cette proposition, comme beaucoup de théorèmes de Géométrie plane, peut s'étendre, avec de légères modifications, aux figures sphériques, et donne lieu à l'énoncé suivant :

Soient, dans un triangle sphérique ABC, M le milieu de la base BC, X un point donné sur cette base, Y le symétrique de X par rapport à M, enfin X_1 un point pris sur BC, de telle sorte que les arcs de grand cercle AY, AX soient symétriques par rapport à l'arc bissecteur de BAC; on aura

$$\frac{\sin BX_1}{\sin CX_1} = \frac{\sin^2 AB}{\sin^2 AC}\,\frac{\sin BX}{\sin CX}.$$

Cette proposition s'établit très facilement au moyen des analogies des sinus, et ses conséquences sont évidentes.