L. JACOB

Sur une question de cinématique

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 29-32

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__29_1>

SUR UNE QUESTION DE CINÉMATIQUE;

PAR M. L. JACOB,
Lieutenant d'Artillerie de Marine.

Je me permets de vous adresser la solution et l'énoncé d'une question qui s'est présentée à l'atelier de la compagnie d'ouvriers de Lorient et qui présente un certain intérêt au point de vue du mécanisme. Il me semble que cette question pourrait trouver une place comme exercice dans les *Nouvelles Annales*. En voici l'énoncé :

Une droite mobile D *de longueur constante glisse* *par l'une de ses extrémités sur un cercle* S *et par l'autre sur un diamètre* Δ *de ce cercle : on demande de déterminer la nature des courbes* C *qui, étant liées invariablement à la droite* D, *enveloppent dans leur mouvement une circonférence.*

Soient I le centre instantané de rotation de la droite AB, E le centre de la circonférence enveloppée par la courbe cherchée. La droite IE est la normale commune à ces deux courbes au point de contact M.

Considérons le plan mobile déterminé par la droite AB

Fig. 1.

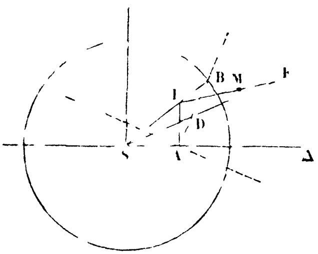
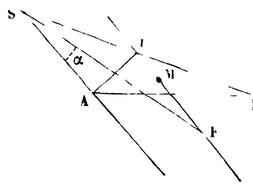


Fig. 2.



et mobile sur le plan de la circonférence fixe S. On peut facilement dans ce plan construire une position de la droite IE; toutes les courbes cherchées enveloppant des circonférences de centre E seront les trajectoires orthogonales de ces droites.

Il suffit pour cela de mener, à partir du point B, une droite SB sur laquelle on prend

$$SB = a,$$

de joindre SA, de mener par S la droite SE faisant avec SA l'angle constant

$$ASE = \alpha,$$

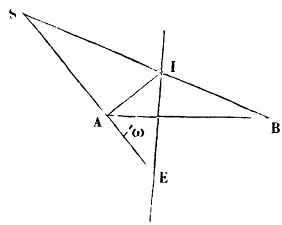
et de prendre sur SE une longueur constante

$$SE = c.$$

La question se réduit à trouver les trajectoires orthogonales de IE. Or je dis que cette droite est normale au lieu du point E.

En effet, si l'on considère l'angle constant ASE, le

Fig. 3.



point A est fixe, l'angle S se meut sur la circonférence de rayon SB et de centre B : donc le centre instantané de rotation est à l'intersection de la droite SB et de la perpendiculaire menée par le point A à SA. Cela posé, la longueur SE étant constante, la normale au lieu du point E est précisément IE.

Si l'on considère la courbe lieu du point E dans le mouvement du plan mobile sur le plan fixe, elle passera toujours par le point fixe E de ce plan.

Si l'on porte sur EI une longueur constante EM, le lieu du point M est une courbe parallèle au lieu du point E, qui enveloppera une circonférence de centre E et de rayon EM.

Un cas remarquable est celui où le point E est placé sur le diamètre fixe Δ. On essayera alors immédiatement un compas permettant de déterminer le lieu du point E.

L'équation de ce lieu est facile à trouver ; on a

$$SB = a, \quad AB = b, \quad SE = c, \quad AE = \rho ;$$

donc

$$(c-\rho)^2 + b^2 + 2b(c-\rho)\cos\omega = a^2.$$

On peut discuter aisément les formes diverses de cette courbe.