NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1883

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 286-288

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__286_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE EN 1883.

Composition de Mathématiques.

On donne la cissoïde qui, rapportée à des axes de coordonnées rectangulaires, a pour équation

$$(x^2+y^2)x = ay^2.$$

Soient x', y' les coordonnées d'un point M du plan. On propose de former : 1° l'équation du troisième degré qui a pour racines les coefficients angulaires des droites qui joignent l'origine aux points de contact des trois tangentes à la cissoïde issues du point M; 2° l'équation du cercle qui passe par ces points de contact.

Montrer que, si les trois tangentes sont réelles, le point M est intérieur au cercle.

On considère l'ensemble des cercles (C_m) dont chacun jouit de cette propriété que les tangentes à la cissoïde en trois des quatre points où il la rencontre concourent en un même point; soit M ce point de concours pour le cercle C_m.

On demande le lieu des centres des cercles C_m qui passent par un point donné P du plan, ainsi que le lieu des points M relatifs à ces cercles. On examinera en particulier le cas où le point P est situé sur la cissoïde et ne fait pas partie des trois points communs au cercle C_m et à la cissoïde pour lesquels les tangentes concourent.

Combien passe-t-il de cercles C_m par deux points donnés P, Q du plan?

Peut-on disposer de ces deux points de façon qu'ils appartiennent à une infinité de cercles C_m?

Composition de Physique.

I. Théorie du baromètre-balance. Le tube barométrique est attaché par le haut au fléau d'une balance. On supposera que la section du tube est égale à 1^{cq}; celle de la chambre barométrique est plus grande : on la désignera par a. Le bas du tube est mastiqué ou soudé à un manchon, soit en bois, soit en fonte, dont la section est b. Ce manchon avec le bas du tube plonge dans le mercure de la cuvette dont la section est c. On établira l'équation d'équilibre et la condition de sensibilité, c'est-à-dire la variation de poids correspondant à une variation de 1^{mm} dans la colonne barométrique.

II. Un cube de verre d'indice n repose sur une planchette horizontale noircie. Sur sa base inférieure, on a déposé une goutte de suif, et l'on regarde cette goutte par la face verticale du cube, opposee à celle qui est tournée vers la lumière. En partant de la verticale et inclinant lentement le rayon visuel vers l'horizon, on voit tout d'un coup la goutte qui devient très brillante. On mesure alors l'angle du rayon visuel avec la verticale · soit α cet angle. On demande x l'indice de réfraction du suif.

Exemple : soit $n = 1,55$, $\alpha = 65^\circ$, $\sin^2\alpha = 0,8236$, trouver x.

III. Quelle est la température maximum que l'on peut produire par la combustion de l'hydrogène, en supposant que toute la chaleur produite soit employée à échauffer les produits de la combustion?