Concours général de 1882

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 200-202
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__200_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1882.

Mathématiques élémentaires.

Un pentagone ABCMD se déforme en satisfaisant aux conditions suivantes : Les sommets A et B restent fixes;

les cinq côtés conservent chacun la même longueur, enfin les angles variables ADM, BCM comptés dans un même sens de rotation restent constamment égaux entre eux.

Sur le côté MC on construit un triangle MCE semblable au triangle MDA, le côté MC ayant pour homologue AD; sur le côté MD on construit un triangle MDF semblable au triangle MCB, le côté MD ayant pour homologue BC; le pentagone se déformant dans les conditions ainsi définies, on propose :

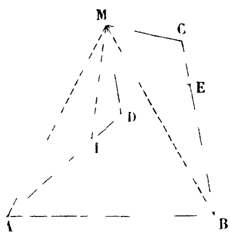
1° D'étudier les variations de la longueur EF;

2° De trouver le lieu décrit par le sommet M;

3° De trouver les conditions nécessaires pour que le point M décrive une droite Δ;

4° De trouver les conditions nécessaires pour que la droite Δ passe par le sommet A;

5° Le point M décrivant une droite Δ passant par le sommet A, on considère le cas particulier où lés deux



côtés AD, MD du pentagone sont égaux entre eux, et l'on demande le lieu que décrit alors un point quelconque invariablement lié au côté mobile MD du pentagone.

Philosophie.

Les points A, B, C sont les sommets d'un triangle, les points A_1, B_1, C_1 les milieux des côtés du triangle ABC, les points A_2, B_2, C_2 les milieux des côtés du triangle

$A_1 B_1 C_1$ et ainsi de suite indéfiniment. On prend, en dehors du plan ABC, un point quelconque P que l'on joint aux sommets des divers triangles ABC, $A_1 B_1 C_1$, $A_2 B_2 C_2, \ldots$ Représentons par $S, S_1, S_2, \ldots$ les sommes des carrés des droites menées de P aux sommets de ces triangles successifs, et par T la somme des carrés des côtés du triangle ABC. On demande d'exprimer à l'aide de S et de T l'une quelconque des sommes $S_1, S_2, \ldots$

Seconde.

Algèbre. — Inscrire dans un cercle de rayon R une corde telle, que la somme de sa longueur et de sa distance au centre soit égale à une longueur donnée l.

Géométrie. — Trouver à l'intérieur d'un tétraèdre ABCD un point M tel, qu'en le joignant aux quatre sommets A, B, C, D du tétraèdre, on obtienne quatre pyramides équivalentes.

Troisième.

1. Trouver tous les diviseurs communs à trois nombres entiers donnés. Former le tableau de ces diviseurs, en prenant pour les trois nombres :

$$12852, \quad 14364, \quad 21924.$$

2. La distance des centres de deux cercles égaux, de rayon R, est égale à $R\sqrt{3}$. On demande de calculer l'aire comprise entre les deux cercles. En supposant ensuite R égal à 1^{m}, on calculera la valeur numérique de l'aire précédente à 1^{cq} près.