ROUQUET

Note sur la construction des plans tangents d'une surface de révolution qui passent par une droite donnée

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 194-196
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__194_1>

NOTE SUR LA CONSTRUCTION DES PLANS TANGENTS D'UNE SURFACE DE RÉVOLUTION QUI PASSENT PAR UNE DROITE DONNÉE;

PAR M. ROUQUET,

Professeur de Mathématiques spéciales au Lycée de Toulouse.

La détermination des plans tangents d'une surface de révolution qui passent par une droite donnée peut se ramener au problème suivant de Géométrie plane : *Mener une tangente commune à la méridienne de la surface et à une hyperbole dont l'un des axes de figure coïncide avec l'axe de la surface de révolution proposée.*

Soit D la droite donnée, L la trace de l'un des plans tangents demandés sur le plan méridien P du point de contact, et A le point de rencontre de D avec L. Nous nous proposons de déterminer cette droite L, qui est tangente à la courbe méridienne, en un point B qui n'est autre que le point de contact du plan tangent cherché.

Concevons l'hyperboloïde de révolution engendré par la droite D tournant autour de l'axe. La droite L étant la projection de D sur le plan P, puisque ce plan méridien est perpendiculaire sur le plan tangent (D, L), cette droite L *sera tangente*, par cela même, à l'hyperbole méridienne située dans le plan P, en son point de rencontre A avec D, et, comme elle est déjà tangente en B à la méridienne de la surface, L est une tangente commune aux deux courbes dont nous venons de parler.

Pour la construire, rabattons le plan inconnu P sur un plan méridien fixe, par une rotation autour de l'axe. La méridienne de la surface proposée et celle de l'hyperboloïde auxiliaire sont connues, de telle sorte qu'en leur menant une tangente commune, on obtiendra le rabattement L_1 de L.

Il ne reste plus qu'à mettre cette droite en position. Pour y parvenir, nous remarquerons que les points A_1 et B_1, où L_1 touche l'hyperbole et la méridienne, sont les rabattements des points A et B précédemment définis. On fera donc tourner la droite L_1 autour de l'axe, jusqu'à ce que le point de contact A_1 de cette droite avec l'hyperbole vienne se placer sur la droite D, ce qui est possible *d'une seule manière*, puisque la droite D appartient à l'hyperboloïde considéré.

En résumé, la construction est la suivante :

1° On trace l'hyperbole méridienne de la surface gauche de révolution engendrée par la droite D tournant autour de l'axe ;

2° On mène une tangente commune à cette hyperbole et à la méridienne de la surface contenue dans le même plan méridien ;

3° Enfin on fait tourner cette tangente commune autour de l'axe, jusqu'à ce que son point de contact avec l'hyperbole méridienne soit venue se placer sur la droite D.

La nouvelle position de cette tangente est la trace du plan tangent cherché sur le plan méridien correspondant, et le point de contact du plan tangent est la position qu'occupe, après la rotation dont nous venons de parler, le point de contact de la tangente commune avec la méridienne de la surface proposée.

Remarque I. — Chaque tangente commune donne une seule solution, et deux tangentes communes symétriques par rapport à l'axe fournissent le même plan tangent.

Remarque II. — Si la tangente commune L_1 est l'asymptote de l'hyperbole méridienne, les points A_1 et A sont rejetés à l'infini, et le plan P est parallèle à D, ce qui le détermine complètement. La droite L est toujours la projection de D sur le plan P.