Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École centrale en 1882

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 2 (1883), p. 89-95

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2__89_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1882.

PREMIÈRE SESSION.

I. — *Géométrie analytique.*

Soit $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$ l'équation d'une ellipse rapportée à son centre et à ses axes, et soient α et β les coordonnées d'un point P situé dans le plan de cette ellipse.

Former l'équation générale des coniques qui passent par les points de contact M et M' des tangentes menées du point P à l'ellipse et par les points Q et Q' où cette ellipse est rencontrée par la droite $\frac{\alpha x}{a^2}-\frac{\beta y}{b^2}+\mu=0$.

Disposer du paramètre μ et de l'autre paramètre variable que contient l'équation générale, de manière qu'elle représente une hyperbole équilatère, passant par le point P.

On fait mouvoir le point P sur la droite représentée par l'équation $x+y=l$, et l'on demande :

1° Le lieu décrit par la projection du centre de l'ellipse sur la droite QQ';

2° Le lieu décrit par le point de rencontre des cordes MM' et QQ'.

Démontrer que ce dernier lieu passe par deux points fixes, quel que soit l, et déterminer ces points. Chercher pour quelles valeurs de l ce lieu se réduit à deux droites et déterminer ces droites.

II. — *Épure.*

Hyperboloïde à une nappe, entaillé par quatre sphères. — L'hyperboloïde a son axe (z, z') vertical, à $0^m,105$ du plan vertical et au milieu de la feuille; la cote de son centre est $0^m,087$; les rayons de son collier (r, r') et de sa trace horizontale (θ) ont respectivement $0^m,008$ et $0^m,095$ de longueur.

Les sphères, dont les centres sont dans le plan du collier (r, r'), touchent le plan horizontal aux extrémités (a_1, a'_1), (a_2, a'_2), (a_3, a'_3), (a_4, a'_4) des deux diamètres du cercle (θ) respectivement parallèle et perpendiculaire à la ligne de terre.

On demande de construire les projections des intersections de l'hyperboloïde avec les sphères.

Dans la mise à l'encre, on représentera les parties de la *surface* de l'hyperboloïde qui, placées à l'extérieur des sphères, sont comprises entre le plan horizontal de projection et le plan horizontal P', à la cote $0^m,171$. On indiquera, à l'encre rouge, les constructions employées pour obtenir un point quelconque de l'une des lignes d'intersection et la tangente en ce point.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à $0^m,220$ du petit côté inférieur. Les dimensions du cadre sont $0^m,27$ et $0^m,45$.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Hyperboloïde entaillé par quatre sphères.

III. — *Triangle.*

On donne les trois côtés d'un triangle, savoir :

$$a = 4257^m,819,$$
$$b = 7314,205,$$
$$c = 9632,424,$$

et l'on demande de calculer les trois angles A, B, C et l'aire S du triangle.

IV. — *Physique et Chimie.*

1. On a deux baromètres fixes, A et B, formés de deux tubes cylindriques fermés à la partie supérieure par des surfaces planes.

Dans une première expérience, à la température de 0°, la pression étant mesurée dans les deux baromètres par une colonne de mercure H, et la longueur de la chambre barométrique de A étant l, on introduit dans cet espace vide une quantité d'air qui fait baisser le mercure de h dans le tube, le niveau étant supposé constant dans la cuvette.

La température et la pression changent alors; la pression lue au baromètre B est devenue H'; la colonne de mercure de A a une hauteur $H' - h'$. A quelle température a été faite cette deuxième expérience? On négligera la dilatation des tubes, du mercure et de la règle qui a servi à effectuer les mesures.

Coefficient de dilatation de l'air : $\alpha = 0,003665$.

Exemple numérique : $H = 76^{cm}$, $l = 14^{cm}$, $h = 6^{cm}$,
$H' = 64^{cm}$, $h' = 4^{cm},129$.

2. Indiquer sommairement les préparations de l'acide sulfureux, et donner les formules qui les représentent.

3. Combien faut-il de litres d'air (à 0° et 760^{mm}) pour brûler $29^{gr},75$ de soufre?

Équivalents en poids.................. $S = 16$, $O = 8$
Poids du litre d'oxygène à 0° et 760^{mm}.. $1^{gr},43$

SECONDE SESSION.

I. — *Géométrie analytique.*

On donne, dans un plan, deux axes de coordonnées rectangulaires OX, OY et deux points H et H′, le premier defini par ses coordonnées a et b, le second symétrique du premier par rapport au point O.

Par ce dernier point, on mène une droite indéfinie DOE formant avec l'axe OX un angle DOX $= \theta$; on projette les points H, H′ sur cette droite en h, h'.

On projette le point h en u sur l'axe OX, et le point u en u_1 sur la droite DOE.

On projette le point h' en v sur l'axe OY, et le point v en v_1 sur la droite DOE. (Toutes ces projections sont orthogonales.)

Enfin sur la longueur u_1v_1, comme hypoténuse, on construit un triangle rectangle u_1v_1S, en menant v_1S parallèle à OX et u_1S parallèle à OY.

Cela posé, on demande :

1° De trouver les coordonnées du point S, en fonction des trois constantes a, b, θ;

2° D'écrire l'équation d'une parabole ayant le point S pour sommet et la droite DOE pour directrice;

3° De démontrer que le lieu des foyers de toutes les paraboles obtenues en faisant varier l'angle θ se compose d'un système de deux circonférences de cercle;

4° De démontrer que toutes ces paraboles sont tangentes aux axes de coordonnées;

5° De démontrer que les cordes de leurs contacts avec ces axes se croisent toutes en un même point.

II. — *Épure.*

Intersection de deux cônes. — Les cônes, dont les sommets (s, s') (t, t') ont respectivement pour cotes $0^{m},050$ et $0^{m},080$, touchent, suivant deux génératrices verticales, distantes de $0^{m},070$, un même plan de front F, dont l'éloignement du plan vertical égale $0^{m},035$. Les sections de ces cônes, par un plan horizontal, à la cote $0^{m},090$, sont deux cercles égaux (γ, γ'), (γ_1, γ'_1) dont les rayons ont $0^{m},042$ de longueur.

On demande de construire les projections du *corps* constitué par la partie du cône de sommet (s, s') qui, placée de part et d'autre de ce sommet et à l'extérieur de l'autre cône, se trouve comprise entre : 1° un plan de front, dont l'éloignement du plan vertical est $0^{m},020$; 2° un plan horizontal, à la cote $0^{m},230$; et 3° le plan horizontal de projection.

On indiquera, à l'encre rouge, les constructions employées pour déterminer un point de la courbe commune aux cônes, et la tangente en ce point.

Placer la droite ss' à égale distance des grands côtés du cadre, et la ligne de terre à $0^{m},170$ du petit côté inférieur. Les dimensions du cadre sont $0^{m},27$ et $0^{m},45$.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Intersection de deux cônes.

III. — *Triangle.*

Soient

$$a = 4546^{m},723,$$
$$b = 5678,364,$$
$$c = 6246,549$$

les trois côtés d'un triangle. Calculer les angles et la surface.

IV. — *Physique et Chimie.*

Un tube cylindrique, fermé à sa partie supérieure par une surface plane A, plonge dans l'eau par sa partie inférieure ouverte B.

Le niveau mn de l'eau dans ce tube est le même que le niveau extérieur MN. L'espace Amn de hauteur l est plein d'air saturé de vapeur d'eau; la température de l'air et de l'eau vers la surface est t, et la tension correspondante de la vapeur d'eau est mesurée par une colonne de mercure f.

On fait alors descendre verticalement le tube dans des couches plus profondes où la température est t' et la tension correspondante de la vapeur d'eau f'. La distance du niveau fixe MN à la nouvelle surface de séparation $m'n'$ est h. Quelle est la longueur x de l'espace occupé par l'air humide?

La pression atmosphérique reste constante à la surface MN, où elle est mesurée par une colonne de mercure de hauteur H.

On ne tiendra pas compte de la dilatation de l'enveloppe ni de la dissolution de l'air.

Exemple numérique : $l = 20^{\text{cm}}$, $t = 20°$, $t' = 10°$,
$H = 75^{\text{cm}},738$, $h = 655^{\text{cm}},25$, $f = 1^{\text{cm}},738$, $f' = 0^{\text{cm}},918$.

Densité du mercure : $D = 13,6$. Coefficient de dilatation de l'air : $\alpha = 0,00367$.

2. Indiquer les préparations industrielles de l'oxygène.

3. Quel poids d'acide sulfurique faut-il dédoubler totalement en acide sulfureux et oxygène (sous l'action

de la chaleur), pour obtenir 140^{lit} d'oxygène mesurés à 0^o et à 760^{mm} de pression.

Équivalents en poids..................	$S = 16$, $O = 8$
Poids du litre d'oxygène à 0^o et 760^{mm}..	$1^{gr},43$