

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 2
(1883), p. 382-384

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2_382_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1460. Soient G le centre de gravité d'un tétraèdre ABCD; O₁, O₂, O₃, O₄ les centres des sphères circonscrites aux tétraèdres GBCD, GACD, GABD, GABC respectivement. Le centre de gravité du tétraèdre O₁O₂O₃O₄ est le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre donné.

Même théorème pour le triangle et les cercles circonscrits. (GENTY).

1461. Par un des points d'intersection A de deux

dont on considère les solutions *entières, non négatives*, p est nécessairement le plus grand nombre entier satisfaisant à la condition

$$n - (2p - 1) \geq 0;$$

c'est dire que $p = \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor$ d'où $p+1 = \left\lfloor \frac{n+3}{2} \right\rfloor$ et $\left\lfloor \frac{n-1}{p+1} \right\rfloor = 1$.

Or la somme des différences

$$\left\lfloor \frac{n-1}{1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n+1}{3} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{n+1}{p} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n+1}{p+1} \right\rfloor$$

se réduit à

$$\left\lfloor \frac{n-1}{1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n+1}{p+1} \right\rfloor = n+1-1-n.$$

Donc, le nombre des solutions dont il s'agit s'obtient en retranchant de n autant d'unités qu'il y a de diviseurs de n+2 dans la suite 2, 3, ..., (p+1).

Mais p+1 étant au moins égal à $\frac{n+2}{2}$ et moindre que n+2, le nombre n+2 a seulement deux diviseurs n+2 et 1, qui n'appartiennent pas à la suite 2, 3, ..., (p+1).

Par conséquent, on a

$$N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_p = n - [\theta(n+2) - 2] = n+2 - \theta(n+2).$$

c. o. r. d.

(G.)

hyperboles équilatères de même centre O , on mène une sécante qui rencontre les deux courbes en B, B' ; de ces points on abaisse des perpendiculaires $BC, B'C'$ sur les tangentes aux deux courbes, au même point A : démontrer que l'angle COC' est quadruple de l'angle des asymptotes.

(E. FAUQUEMBERGUE.)

1462. Dans le triangle ABC on a pris le point C' sur AB , et B' sur AC , tels que l'angle $C'CB$ soit égal à $\frac{C}{m}$ et que l'angle $B'BC$ soit égal à $\frac{B}{m}$; démontrer que si $CC' = BB'$ le triangle ABC est isocèle. (EMILE LEMOINE.)

1463. Étant donné un point P sur une ellipse de centre O , on mène en ce point une tangente et la normale qui touche au point Q la développée de l'ellipse, et l'on fait passer un cercle par les extrémités r, r' du diamètre conjugué à OP et par la projection S du centre O sur la tangente en P , puis l'on prolonge OS jusqu'à sa rencontre en S' avec le cercle; démontrer que $OS' = PQ$.

(CHAMBRON.)

1464. On donne les deux paraboles $y^2 = 2c(x \pm c)$; une tangente à l'une de ces paraboles rencontre la seconde parabole aux points P, Q ; sur PQ comme diamètre on décrit un cercle qui rencontre la seconde parabole en deux nouveaux points R, S ; prouver que la droite RS est tangente à la première parabole. (WOLSTENHOLME.)

1465. De deux points situés sur l'axe des x et équidistants de l'origine, on mène des tangentes à la conique représentée par l'équation

$$ax^2 + by^2 + 2hxy - 2x = 0;$$

prouver que les points d'intersection de ces tangentes sont sur la conique $by^2 + hxy - x = 0$.

(WOLSTENHOLME.)

1466. ABCD étant un trapèze, on joint les extrémités A et D du côté oblique AD à un point M du côté BC; on mène une parallèle à DM par le point B, et une parallèle AM par le point C. Démontrer que ces deux droites se coupent sur AD.

(D'OCAGNE.)

1467. Le nombre premier $p = 2n + 1$ étant supérieur à 3, la somme des puissances, d'un même degré pair $2a$ compris entre zéro et $p - 1 = 2n$, des n entiers $1, 2, 3, \dots, n$ et celle des puissances, du même degré, des n entiers suivants $n + 1, n + 2, \dots, p - 1 = 2n$ sont divisibles par p .

(LIONNET.)

1468. Soient sur le cadran d'une montre, à l'instant θ , OA la direction de la petite aiguille, OB celle de la grande; déterminer θ de façon que, lorsque, après un certain temps, la petite aiguille sera venue sur la direction OB, la grande aiguille soit précisément dirigée suivant OA. Quelles sont toutes les heures comprises dans un cycle complet, de midi à minuit, qui répondent à la question?

Remarque. — On pourrait appeler ce nouveau problème sur les aiguilles d'une montre le *problème des positions inverses*. Il fait connaître les instants pour lesquels les indications de la montre ne seraient pas précises, si les deux aiguilles étaient absolument identiques.

(D'OCAGNE.)