

GOFFART

Théorème de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 2
(1883), p. 353-354

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2__353_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

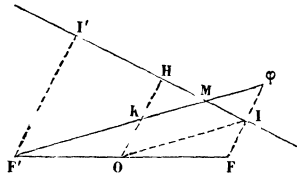
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THEORÈME DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. GOFFART.

Soient F, F' les foyers d'une ellipse; Π' une tangente. Pour déterminer le point de contact, il suffit de prendre le symétrique φ du foyer F par rapport à cette tangente,



puis de mener la droite $F'\varphi$ qui coupe Π' au point cherché.

Les points O et I étant les milieux de FF' et de $F\varphi$, on a OI parallèle à KM . Donc

$$MH.HO = HI.HK.$$

Or, en désignant par α l'angle HOF , on a

$$IH = OF \sin \alpha, \quad HK = \frac{F'I' - \varphi I}{2} = \frac{F'I' - FI}{2} = FF' \cos \alpha,$$

ou

$$IH = c \sin \alpha, \quad HK = 2c \cos \alpha,$$

en sorte que

$$(1) \quad MH.HO = c^2 \sin 2\alpha.$$

Si donc on considère toutes les ellipses de foyers F et F' , tangentes à toutes les droites parallèles à Π' , le lieu des points de contact M sera défini par la relation (1). Et si l'on prend pour axes OM et une perpendiculaire à OM ,

on reconnaît immédiatement que cette relation caractérise l'hyperbole équilatère. Donc :

Le lieu des points de contact de toutes les ellipses qui ont les mêmes foyers avec toutes les droites parallèles à une direction donnée est une hyperbole équilatère concentrique aux ellipses, qui a pour asymptotes la direction donnée et la direction perpendiculaire, et qui passe par les foyers donnés.