Agrégation des sciences mathématiques (concours de 1881)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 79-85

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__79_1>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (CONCOURS DE 1881).

COMPOSITIONS D'ADMISSIBILITÉ.

Composition sur un sujet de Licence.

Théorie. — Montrer que l'étude du mouvement d'un corps solide qui peut tourner librement autour d'un point fixe, et qui est soumis à l'action de forces qui sont connues pour chaque position du corps solide, dépend de l'intégration de six équations différentielles du premier ordre. Établir ces équations.

Application. — Effectuer cette intégration dans le cas où deux des moments principaux d'inertie du corps relatif au point fixe sont égaux, et où aucune force extérieure n'agit sur lui.

Composition sur les Mathématiques spéciales.

On donne un ellipsoïde, et l'on considère les droites D telles que, si par chacune d'elles on mène des plans tangents à l'ellipsoïde, les normales aux points de contact M, M′ soient dans un même plan.

1° Démontrer que la droite D et la corde MM′ sont rectangulaires.

2° Trouver le lieu des droites D qui passent par un point donné A.

3° Ce lieu est un cône du deuxième degré; trouver le lieu des positions du point A pour lesquelles le cône est de révolution.

4° Trouver l'enveloppe C des droites D qui sont contenues dans un plan donné P, et la surface S engendrée par la courbe C quand le plan P se déplace parallèlement à un plan donné Q.

5° Trouver pour quelles directions du plan Q la surface S est de révolution.

Composition sur les Mathématiques élémentaires.

1° Résoudre un triangle connaissant le côté a, l'angle B, la différence $b - h$ entre le côté b et la hauteur h issue du sommet A. — Discuter.

2° Montrer que le problème peut être ramené à la recherche des points où le côté BA rencontre une parabole ayant pour foyer le sommet C du triangle et pour directrice une parallèle au côté BC.

Discuter à nouveau le problème et comparer les résultats des deux discussions.

COMPOSITIONS FINALES.

Composition sur un sujet de Licence.

Trouver, sur un hyperboloïde de révolution à une nappe donné, une courbe telle que le plan osculateur en un quelconque de ses points M soit parallèle à la droite OM′ qui joint le centre O de l'hyperboloïde au point M′ symétrique du point M par rapport au plan du cercle de gorge.

On formera l'équation différentielle de la projection sur ce plan de la courbe cherchée, et l'on étudiera les diverses formes que peut avoir cette projection.

Composition de Calcul.

Évaluer l'intégrale définie

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^9(x^2+x+1)^2}.$$

Composition sur la Géométrie descriptive.

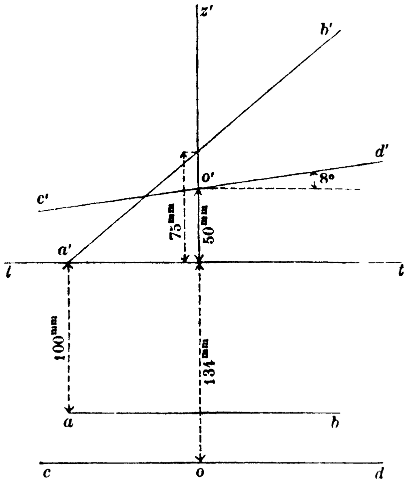
On donne un axe vertical $(o, o'z')$ et un second axe $(cd, c'd')$ parallèle au plan vertical et qui rencontre le premier; on donne en outre une droite de front $(ab, a'b')$.

La droite $(ab, a'b')$, en tournant autour de l'axe $(o, o'z')$, engendre un hyperboloïde H; cette même droite, en tournant autour de l'axe $(cd, c'd')$, engendre un second hyperboloïde H′.

On demande de construire la courbe d'intersection des deux hyperboloïdes et la tangente en un de ses points.

Pour distinguer les parties vues des parties cachées, on supposera que l'hyperboloïde H est enlevé, et que l'hyperboloïde H′ est une surface non transparente.

Données. — Conformes au croquis ci-joint.



LEÇONS SUR LES MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

1. Résolution et discussion de l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

2. Figures symétriques par rapport à un axe, par rapport à un point, par rapport à un plan.

3. Maximum et minimum de l'expression

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}.$$

4. Première leçon sur la mesure des volumes.

5.

6. Conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale. Fractions périodiques.

7. Volume de la sphère et du segment sphérique.

8. Résolution des équations

$$ax + by = c, \quad a'x + b'y = c'.$$

Discussion.

9. Formules relatives à l'addition et à la soustraction des arcs.

10. Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple de plusieurs nombres.

11. Recherche du rapport de la circonférence du cercle au diamètre.

12. Angles trièdres. Trièdres supplémentaires. Conditions nécessaires et suffisantes pour que l'on puisse construire un trièdre avec trois faces données ou avec trois dièdres donnés.

13. Racine carrée d'un nombre entier à une unité près.

14.

15. Étude géométrique de la parabole.

16.

17. Division des nombres entiers.

18. Division des polynômes.

19. Tangente à l'ellipse (Géométrie élémentaire).

20. Réduction à deux forces d'un système de forces appliquées à un corps solide. Condition d'équilibre d'un système de forces appliquées à un corps solide libre, ou ayant un point fixe.

21. Rabattements. Changements de plan. Rotations.

22.

23. Distance d'un point à un plan, à une droite; plus courte distance de deux droites.

24. Nombres premiers (première leçon).

25. Équation bicarrée. Transformation des expressions de la forme $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ en une somme algébrique de deux radicaux simples.

26. Figures homothétiques (Géométrie plane).
27.
28.
29.

LEÇONS SUR LES MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

1.
2. Exposer quelques-unes des méthodes à l'aide desquelles on reconnaît la nature d'une surface du second ordre donnée par son équation.
3. Asymptotes des courbes rapportées à des coordonnées rectilignes (première leçon).
4.
5. Application de la théorie des dérivées à l'étude des fonctions d'une seule variable. — Exemples.
6.
7. $\lim \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$, quand m devient infini.
8. Théorème de Rolle. Son usage pour la séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante.
9. Approximation des racines d'une équation. (Méthode de Newton.)
10. Génératrices rectilignes du paraboloïde hyperbolique (Géométrie analytique).
11. Plans diamétraux dans les surfaces du second degré.
12. Intersection de deux courbes du second degré (on ramènera la question à la résolution d'une équation du troisième degré et l'on discutera le problème).
13. Transformation des équations algébriques. — Exemples.
14. Première leçon sur les séries.
15.

16.

17.

18. Règle des signes de Descartes.

19. Étant donnée l'équation générale d'une ellipse, trouver les axes en grandeur et en position. Étant donnée l'équation d'une parabole, trouver l'équation de son axe et la grandeur de son paramètre.

20. Mener par une droite un plan tangent à un hyperboloïde de révolution à une nappe.

21. Section plane de l'hyperboloïde de révolution à une nappe (cas où la section est une hyperbole).

22. Étude algébrique de l'équation en S.

23. Limites des racines d'une équation algébrique.

24. Condition nécessaire et suffisante pour que deux équations algébriques à une seule inconnue aient au moins une racine commune.

25. Recherche de l'équation d'une surface d'après son mode de génération.

26.

27. Mener d'un point donné une normale à l'ellipse.

28. Connaissant $\cos a$, calculer $\cos \frac{a}{m}$. Connaissant $\sin a$, calculer $\sin \frac{a}{m}$.

29. Résolution algébrique de l'équation du troisième degré. Discussion.