NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 515-516

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__515_1>

CORRESPONDANCE.

1. *Sur une nouvelle propriété de la chaînette.* (Extrait d'une Lettre adressée à M. Gerono par M. H. Resal.)

Soient

m le paramètre d'une chaînette ou l'ordonnée de son sommet A;
α_1 l'inclinaison sur Ox de la tangente en un point M de la courbe;
M' le symétrique de M par rapport à Oy;
I, I' les projections de M et M' sur Ox.

Le théorème dont il s'agit consiste en ce que *le centre de gravité de l'aire* MII'M' *se trouve au milieu de l'ordonnée du centre de gravité de l'arc* M'AM $= 2s_1$.

Si s est l'arc de la courbe mesuré à partir de A et terminé en un point (x, y) où la tangente est inclinée de l'angle α sur Ox, on a les formules connues

$$s = m \operatorname{tang} \alpha, \quad ds = m \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha}, \quad y = \frac{m}{\cos \alpha},$$

$$dx = m \frac{d\alpha}{\cos \alpha},$$

$$\text{aire AOMI} = ms_1.$$

Soient y', y'' les ordonnées des centres de gravité de l'arc M'AM et de l'aire MII'M'. On a évidemment

$$s_1 y' = \int_0^{\alpha_1} m \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha} \frac{m}{\cos\alpha} = m^2 \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos^3\alpha},$$

$$m s_1 y'' = \int_0^{\alpha_1} \frac{m}{\cos\alpha} m \frac{d\alpha}{\cos\alpha} \frac{1}{2} \frac{m}{\cos\alpha} = \frac{m^3}{2} \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos^3\alpha},$$

d'où

$$y'' = \frac{y'}{2},$$

ce qu'il fallait établir.

La détermination de l'intégrale dont dépend y' ou y'' n'offre aucun intérêt. Il est facile de reconnaître d'ailleurs que l'on a

$$\int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos^3\alpha} = \log\left(\tang\alpha_1 + \frac{1}{\cos\alpha_1}\right) + \frac{\sin\alpha_1}{\cos^2\alpha_1}.$$

2. Nous avons reçu plusieurs solutions analytiques de la question proposée pour l'admission à l'École Polytechnique en 1882. Nous les ferons connaître dans un prochain numéro.