Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 46-48

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__46_0>

CORRESPONDANCE.

Monsieur le Rédacteur,

En étudiant la question n° 1323 de M. Proth, j'ai trouvé la règle générale que j'ai le plaisir de vous communiquer.

On a le polygone convexe de $2n-1$ côtés dont les sommets sont $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2n-1}$, les milieux des côtés consécutifs $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_{2n-1}A_1$; $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_{2n-1}$ et la suite des nombres $1, 2, 3, \ldots, (2n-1)^2$.

On forme le polygone étoilé $A_1 A_3 A_5 \ldots A_{2n-1} A_2 A_4 \ldots A_{2n-2}$ en mettant sur les sommets par l'ordre indiqué les $2n-1$ termes de la progression

$$n,\ n+2n-1,\ n+2(2n-1),\ \ldots,\ n+(2n-2)(2n-1).$$

On construit le polygone $M_{2n-2} M_{2n-4} \ldots M_2 M_{2n-1} M_{2n-3} \ldots M_1$, en écrivant sur ses sommets les $2n-1$ premiers nombres, laissant en blanc le n déjà écrit.

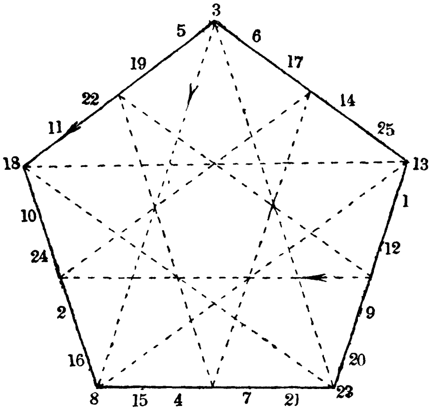
A partir du côté du polygone donné où se trouve le nombre k en sens $A_1 A_2 A_3 \ldots A_{2n-1}$ on écrit successivement sur les autres côtés les nombres

$$k+2n-1,\quad k+2(2n-1),$$
$$k+3(2n-1),\ \ldots,\ k+(2n-2)(2n-1),$$

k représentant les nombres $1, 2, 3, \ldots, n-1, n+1, n+2, \ldots, 2n-1$; résultant de ces opérations, on partage les $(2n-1)^2$ premiers nombres de sorte qu'on lise $2n$ de chaque côté, ayant la double propriété d'être la somme des nombres appartenant à un même côté égal à $2n[(n^2+(n-1)^2]$, et celle de ses carrés à

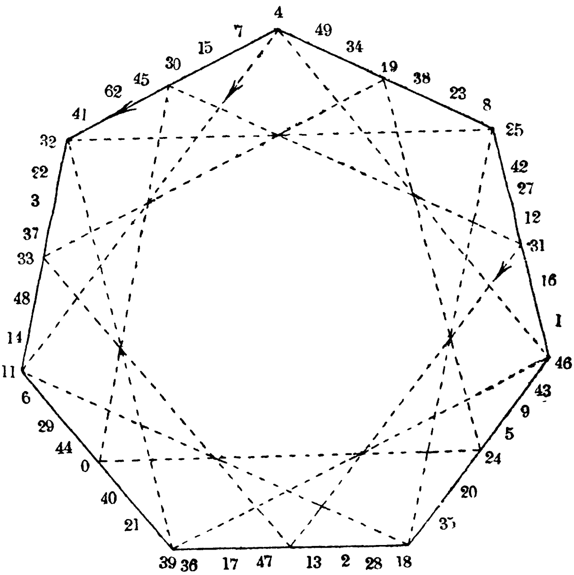
$$2n[n^2+(n-1)^2]^2+(4n^2-2n+1)\frac{n(n-1)(2n-1)}{3}.$$

Exemples. — *Application de la règle au pentagone,* $n = 3$:



$$S_1 = 3 + 6 + 17 + 14 + 25 + 13 = \ldots = 78$$
$$S_2 = 3^2 + 6^2 + 17^2 + 14^2 + 25^2 + 13^2 = \ldots = 1324.$$

Application à l'heptagone, $n = 4$:



$S_1 = 200, \quad S_2 = 6596.$

Cette règle est applicable aux $(2n - 1)^2$ termes consécutifs de toute progression arithmétique, et si vous la trouvez digne de figurer dans vos *Annales*, vous pouvez proposer la démonstration.

Agréez, Monsieur, etc.

J. Romero (à Bilbao).