École spéciale militaire (concours de 1882)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 413-414

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__413_1>

ÉCOLE SPÉCIALE MILITAIRE (CONCOURS DE 1882).

Composition de Mathématiques (trois heures).

1. Étant donnés un cercle de rayon r et un point A dans son plan, à une distance d du centre, on suppose menée par le point A une sécante telle que la somme des carrés des segments compris entre ce point et les points d'intersection avec la circonférence soit égale à un carré donné m^2.

Démontrer que, si α désigne l'angle que la sécante fait avec le diamètre passant par le point A, on aura la formule

$$\cos 2\alpha = \frac{m^2 - 2r^2}{2d^2}. \tag{1}$$

Discussion. — Limites de m, quand on fait varier α, le point A étant supposé à l'intérieur du cercle.

2. *Calcul logarithmique.* — La formule (1) étant admise, calculer l'angle α à $0'',1$ près, en supposant :

1° La distance d égale au plus grand segment du rayon divisé en moyenne et extrême raison, et m égal au double de la moyenne proportionnelle entre r et d;

2° $d = \frac{2}{3}r$ et $m = d\sqrt{3}$.

3. On connaît, dans un triangle ABC, deux côtés b, c, et l'on sait que ce triangle est équivalent au triangle équilatéral construit sur le troisième côté a. Calculer ce côté a et l'angle A.

(On établira les deux équations propres à déterminer chaque inconnue indépendamment de l'autre, et l'on montrera la concordance des résultats que fournit leur discussion.)

Epure (deux heures et demie).

La base ABC d'une pyramide SABC est parallèle au plan horizontal de projection, au-dessus de ce plan et à une distance de $0^{m},024$. Le côté BC, parallèle à la ligne de terre, égale $0^{m},113$ et est éloigné du plan vertical, en avant, de $0^{m},015$; les côtés AC et AB valent respectivement $0^{m},101$ et $0^{m},076$. Le triangle SAC est isoscèle, les angles égaux SAC et SCA valent chacun 62°, enfin l'arête SB égale $0^{m},112$. On demande :

1° De construire les projections de la pyramide;

2° De déterminer les projections du centre O de la sphère circonscrite à la pyramide;

3° De déterminer les projections et la vraie grandeur de la section que fait dans la pyramide le plan mené par le point O parallèlement aux deux arêtes opposées AC et SB.