NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__382_1>

QUESTIONS.

1411. Démontrer que l'expression

$$\frac{1}{n}\left[\left(\frac{n}{n+1}\right)^p + \left(\frac{n}{n+2}\right)^p + \left(\frac{n}{n+3}\right)^p + \cdots\right]$$

tend vers $\frac{1}{p-1}$, lorsque n augmente indéfiniment.

(E. Césaro.)

1412. Par le sommet B d'un triangle ABC, on mène une parallèle à la base, la médiane, la bissectrice et la hauteur; du milieu D de la base, on abaisse sur la bissectrice une perpendiculaire DH qui rencontre en E et F la hauteur et la parallèle à la base; il s'agit de démontrer que $DA^2 = DH \times EF$. (A. CAMBIER.)

1413. Si par un point quelconque M de la sécante commune à deux coniques homothétiques on mène une droite quelconque coupant la première en A et B, la seconde en A′ et B′, les produits $MA \times MB$ et $MA' \times MB'$ seront égaux. (P. BARBARIN.)

1414. Soient, dans deux plans rectangulaires, deux circonférences ayant respectivement pour diamètres deux segments conjugués harmoniques de l'intersection de ces plans; si de deux points quelconques de l'une de ces circonférences on mène des droites à deux points quelconques de l'autre, on formera un quadrilatère gauche (en général) dont deux côtés opposés auront le même produit que les deux autres côtés opposés [1].

(H. SCHRÖTER.)

1415. Trouver la valeur de l'intégrale

$$\int \frac{\alpha x + 3\beta}{x} \frac{dx}{\sqrt{x^3 \mp (\alpha x + \beta)^2}},$$

α et β étant des constantes données. (S. REALIS.)

---

[1] Soient A, B deux points quelconques de l'une des circonférences considérées, et A′, B′ deux points quelconques de l'autre; on aura

$$AA' \times BB' = AB' \times BA',$$

quel que soit le quadrilatère A B A′ B′, gauche ou plan. (G.)

1416. Soient

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = R,$$

et α_{ik} le coefficient de a_{ik} dans R. Si l'on désigne par D le déterminant suivant,

$$\begin{vmatrix} a_{11} \pm \alpha_{11} & a_{12} \pm \alpha_{21} & \dots & a_{1n} \pm \alpha_{n1} \\ a_{12} \pm \alpha_{21} & a_{22} \pm \alpha_{22} & \dots & a_{2n} \pm \alpha_{n2} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ a_{1n} \pm \alpha_{n1} & a_{n2} \pm \alpha_{2n} & \dots & a_{nn} \pm \alpha_{nn} \end{vmatrix},$$

et par Δ le déterminant qu'on obtient en remplaçant dans D les quantités a_{ik} par α_{ik}, on aura

$$\Delta = R^{n-2} D.$$

(E. Hunyady.)

1417. Le nombre p étant supposé *premier*, et les deux groupes

$$r_1,\ r_2,\ \dots,\ r_{p-1}$$

et

$$s_1,\ s_2,\ \dots,\ s_{p-1}$$

formant deux systèmes complets de résidus premiers par rapport au module p, il y a nécessairement deux indices différents i et k, tels que les produits $r_i s_i$, et $r_k s_k$ sont *congrus* par rapport au module p (1).

(A. Hurwitz, à Leipzig.)

---

(1) C'est-à-dire que la différence de ces deux produits est divisible par p.