NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 332-335

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__332_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Introduction a la Méthode des Quaternions, par *C.-A. Laisant,* député, docteur ès sciences, ancien élève de l'École Polytechnique. Paris, Gauthier-Villars, 1881. In-8° de XXII-242 pages. Prix : 6fr.

Les premiers essais d'application de la méthode des quaternions en France remontent en 1862. Ils furent présentés par M. Allégret, dans une Thèse de doctorat. Prouhet, qui l'a signalée dans les *Nouvelles Annales* (2e série, t. II, 1863, p. 333), lui a consacré une courte analyse bibliographique, entremêlée d'appréciations peu encourageantes pour l'avenir des quaternions.

Douze ans après, en 1874, M. Hoüel publiait, dans la *Théorie élémentaire des quantités complexes,* commencée en 1867, une exposition élémentaire du *Calcul des Quaternions.* Cet Ouvrage a été le premier, édité en France, qui ait cherché à vulgariser l'étude des quaternions en la rendant accessible à tous les géomètres de notre pays. Néanmoins, en dehors de ces deux tentatives, la méthode des quaternions n'a pas trouvé en France de nombreux partisans; elle a surtout été en faveur chez les géomètres étrangers, parmi lesquels nous devons signaler, en Angleterre, W.-R. Hamilton, leur inventeur; en Italie, G. Bellavitis; en Allemagne, Unverzagt.

Depuis la publication de ce nouvel algorithme, il y a aujourd'hui près de trente ans, très peu de géomètres français en ont propagé l'emploi; mais nous croyons savoir que la méthode des quaternions commence à pénétrer dans le public mathématique français, et nous n'hésitons pas à en attribuer l'initiative aux efforts soutenus de M. Laisant pour la vulgarisation de la méthode des équipollences, qui, on peut le dire, a préparé l'avènement de la méthode des quaternions. C'est précisément dans ce Journal que M. Laisant a signalé les applications de la Géométrie analytique plane due à M. G. Bellavitis (*Nouvelles Annales*, 2e série, t. XII et XIII, 1873-1874). Il eût été désirable que ce même recueil renfermât aussi la généralisation des équipollences, ou leur extension à la Géométrie de l'espace; mais l'auteur a préféré publier directement l'Ouvrage.

Comme il le déclare lui-même, il a cru devoir adopter presque exclusivement les notations introduites par M. Hoüel; mais la rédaction de son Ouvrage est indépendante de tout autre traité, et peut-être contribuera-t-elle à lui attribuer de nombreuses adhésions. Il n'a pas voulu non plus suivre l'Ouvrage d'Hamilton et en publier une sorte de traduction. Ce travail vient justement d'être entrepris par M. Plarr, pour l'Ouvrage classique de M. Tait, qui a vulgarisé depuis longtemps les quaternions en Angleterre.

Le Livre de M. Laisant se divise en onze Chapitres.

Le premier Chapitre est consacré à la définition des *vecteurs* et à leurs combinaisons les plus simples, par addition et par soustraction. Ces vecteurs sont les expressions de translations rectilignes, et toutes les règles de l'Algèbre ordinaire s'appliquent rigoureusement aux additions et soustractions de vecteurs ayant une direction unique, et aux multiplications de ces vecteurs par des nombres algébriques réels. Comme applications, signalons la démonstration des propriétés des diagonales d'un quadrilatère, des hauteurs et des médianes d'un triangle, etc.

Le Chapitre II traite des opérations analogues effectuées sur les *biradiales*, ou rapports géométriques de deux vecteurs.

Les règles du calcul algébrique ne s'appliquent plus à ces opérations. C'est ainsi que la multiplication est simplement associative, et cesse d'être commutative.

La représentation analytique des biradiales définit une expression de quatre termes dont l'ensemble a reçu pour ce fait la dénomination de *quaternion*. On reconnaît que ce symbole est égal au produit de son module par son quaternion unitaire ou *verseur*.

La propriété associative de la multiplication est essentielle dans la théorie des quaternions. C'est ainsi que AB n'est pas égal à BA, que A^2B^2 est très différent de $(AB)^2$.

L'algèbre des quaternions présente donc certaines difficultés spéciales, et, ajoute l'auteur, « on peut en profiter pour faire la critique de la méthode des quaternions, et déclarer qu'il y a là un inconvénient fondamental et grave.

» Mais cet inconvénient résulte de la nature même des choses. Il représente la traduction exacte, formelle, d'un fait précis.

» Je crois, pour mon compte, qu'il faut chercher dans ce procédé d'exposition trop exclusivement analytique l'une des causes principales de la défaveur dans laquelle les quaternions sont restés si longtemps en France, défaveur dont ils commencent à peine à se relever, alors qu'à l'étranger, en Angleterre et en Amérique surtout, on en fait tant d'usage dans toutes les branches des Mathématiques appliquées.

» On ne s'étonnera donc pas que nous ayons tenu à appuyer constamment le début de notre exposition sur des considérations géométriques, avec une insistance qui pourrait sembler excessive et presque puérile sans les considérations qui précèdent. »

Une fois arrivé à la définition et à la notation des quaternions, l'auteur croit devoir plus fréquemment livrer le lecteur à lui-même, pour parcourir successivement les sujets traités dans le reste de l'Ouvrage.

On y étudie la ligne droite et le plan, le cercle et la sphère, puis on définit dans le Chapitre IV la différentiation des quaternions pour l'intelligence des propriétés des tangentes aux coniques étudiées dans les Chapitres VI, VII et VIII.

Le Chapitre IX est consacré à l'étude de plusieurs formules relatives au produit de trois, quatre et plusieurs vecteurs, et à la rotation des vecteurs.

Le Chapitre X traite de la résolution des équations du premier degré, c'est-à-dire des équations qui contiennent un quaternion inconnu à la première puissance avec des quaternions connus. Ces notions peuvent avoir leur utilité pour l'étude des surfaces du second ordre, qui forme le sujet du Chapitre XI qui termine l'Ouvrage.

Chacun des Chapitres renferme des applications à divers problèmes et est suivi de douze à quinze énoncés d'exercices proposés. Plusieurs d'entre eux, relatifs aux propriétés des tétraèdres, ont été communiqués à l'auteur par M. Genty, à qui nous devons déjà plusieurs contributions à l'étude des quaternions, en Géométrie et en Mécanique.

L'examen de ces énoncés y fait reconnaître plusieurs propriétés nouvelles et dignes d'attention.

Toutes les dispositions adoptées par l'auteur font reconnaître en lui la préoccupation de faciliter la lecture de son Ouvrage et l'initiation aux nouvelles méthodes qu'il a pour but d'introduire dans notre pays. Cette préoccupation apparaît d'une manière frappante, et l'auteur lui-même croit devoir en avertir : « Je me suis, dit-il, constamment efforcé de rendre l'enchaînement des idées aussi clair que possible, à tel point qu'on pourrait peut-être me reprocher une minutie excessive et une trop grande insistance sur des choses presque évidentes ; mais on ne saurait trop s'attacher à aplanir les difficultés lorsqu'il s'agit d'une étude nouvelle. »

Il est à souhaiter que, grâce à cette précieuse qualité de ce Livre, la méthode des quaternions finisse par triompher des préjugés qui ont, en France, retardé son développement.

H. Brocard.