NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. CARON

Sur l'intersection d'une droite et d'une surface de révolution du second degré

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 217-219

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__217_0>

SUR L'INTERSECTION D'UNE DROITE ET D'UNE SURFACE DE RÉVOLUTION DU SECOND DEGRÉ;

PAR M. J. CARON.

La nouvelle méthode que M. E. Rouché vient de donner (même tome, p. 97), pour trouver l'intersection d'une droite et d'un hyperboloïde de révolution à une nappe, présente l'avantage d'être applicable à toutes les surfaces de révolution du second degré.

Pour mettre en évidence ce résultat, rappelons les théorèmes suivants :

THÉORÈME I. — *L'intersection de deux surfaces du second degré se projette sur un plan diamétral principal commun suivant une courbe du second degré.*

THÉORÈME II. — *Un plan* P *coupant deux surfaces du second degré suivant deux courbes homothétiques, toutes les surfaces du second degré passant par l'intersection des deux premières surfaces sont coupées par le même plan* P *suivant des courbes homothétiques des premières sections.*

Il résulte de ces deux théorèmes que l'intersection de deux surfaces de révolution du second degré, ayant même plan d'équateur, se projette sur ce plan d'équateur suivant une circonférence.

En effet, étant données deux surfaces de révolution du second degré ayant leurs centres dans un même plan perpendiculaire aux deux axes de révolution, ce plan est un plan diamétral principal commun aux deux surfaces, et par suite l'intersection se projette sur ce plan suivant une conique (Théorème I).

Le cylindre projetant la courbe parallèlement aux axes est donc du second degré; si nous lui appliquons le théorème II, ce cylindre passant par l'intersection des deux surfaces sera coupé par le plan des équateurs suivant une circonférence.

On serait arrivé au même résultat à l'aide du théorème suivant :

Théorème III. — *Toutes les surfaces du second degré passant par l'intersection de deux surfaces de révolution du second degré dont les axes sont parallèles sont également de révolution avec des axes parallèles aux premiers.*

Pour trouver alors l'intersection d'une droite avec une surface de révolution du second degré quelconque, on choisit comme surface auxiliaire passant par la droite un hyperboloïde engendré par cette droite en tournant autour d'un axe parallèle à l'axe de la première surface.

On choisira de plus l'axe auxiliaire, de manière que l'hyperboloïde et la surface donnée admettent même plan d'équateur, comme dans la méthode de M. Rouché.

L'hyperboloïde coupera alors la surface donnée suivant une courbe dont la projection sur le plan commun des équateurs sera une circonférence.

Les points de rencontre de cette circonférence avec la projection de même nom de la droite donnée détermineront les points demandés.

On aura d'ailleurs quatre points de la circonférence d'intersection, en coupant la surface donnée et l'hyperboloïde auxiliaire successivement par deux plans perpendiculaires aux axes de révolution.

Remarque. — Il n'est pas nécessaire évidemment de construire l'hyperboloïde auxiliaire pour trouver quand même son intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe, puisqu'on a immédiatement un point de ce parallèle, en prenant l'intersection du plan sécant avec la droite donnée.