Concours d’admission à l’École centrale en 1881 (première session)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 130-132

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__130_0>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1881

(PREMIÈRE SESSION).

Géométrie analytique.

Soit

$$(1) \qquad a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$$

l'équation d'une ellipse rapportée à son centre O et à ses axes; soient α et β les coordonnées d'un point P situé dans le plan de cette ellipse.

1° Démontrer que les pieds des normales menées à cette ellipse par le point P sont situés sur l'hyperbole représentée par l'équation

$$(2) \qquad c^2xy + b^2\beta x - a^2\alpha y = 0,$$

dans laquelle $c^2 = a^2 - b^2$.

2° On considère toutes les coniques qui passent par les points communs aux courbes (1) et (2); dans chacune d'elles, on mène le diamètre conjugué à la direction OP, et on projette le point O sur ce diamètre : trouver le lieu de cette projection.

3° Par les points communs aux courbes (1) et (2), on peut faire passer deux paraboles : trouver le lieu du sommet de chacune d'elles, quand le point P se meut sur une droite de coefficient angulaire donné m, menée par le point O.

On examinera en particulier le cas où $m = \frac{a^3}{b^3}$ et le cas où $m = -\frac{a^3}{b^3}$.

Trigonométrie.

On donne dans un triangle

$$a = 4567^{m},89,$$
$$b = 3456^{m},78,$$
$$C = 54^{\circ}\,21'\,43'',7.$$

Calculer A, B, c et S.

Physique et Chimie.

1. Un cylindre de verre CC′ communique, par sa partie inférieure, avec un tube en fer ff', ouvert à son extrémité supérieure. Les rayons du tube en fer et du cylindre sont dans le rapport de 1 à 5.

On introduit dans le cylindre une certaine quantité de mercure qui s'élève au même niveau dans le tube de fer; les deux surfaces libres du mercure se trouvent alors sur le même plan horizontal AB.

On fait ensuite communiquer la partie supérieure du cylindre avec une masse d'eau contenue dans un vase métallique R; cette communication est établie au moyen d'un tube de plomb assez large pour que l'air qui se trouve au-dessus du mercure puisse se dégager. On comprime de l'air dans le récipient R, jusqu'à ce que la pression exercée à la surface de l'eau, dont le niveau peut être considéré comme constant, soit de 8 atmosphères.

La hauteur de la colonne d'eau, h, comptée à partir de AB, était de $1^{m},68$; quelle est, après l'expérience, la différence de niveau des surfaces du mercure dans l'appareil?

On prendra, pour densité du mercure, le nombre 13,5.

II. Préparation et propriétés chimiques de l'ammoniaque.

Détermination de la densité théorique du gaz ammoniac, connaissant les densités de l'hydrogène et de l'azote.

Densité	de l'hydrogène	0,0692
»	de l'azote	0,972

Epure.

On propose de construire les projections des lignes d'intersection d'un hémisphère et des faces d'un cube avec un hyperboloïde de révolution à une nappe.

Le cube $(abde, a'b'd'e')$, dont le côté a $0^{m},200$ de longueur, dont la face inférieure et la face postérieure sont respectivement situées dans les deux plans de projection, contient entièrement l'hémisphère (h, h'); cet hémisphère a pour base le cercle (h, h') inscrit dans la face antérieure du cube.

L'hyperboloïde a son axe (z, z') vertical, à $0^{m},135$ du plan vertical de projection et à égale distance des faces de profil du cube; la cote du centre (o, o') de cette surface est de $0^{m},132$; les rayons de son collier (c, c') et de sa trace horizontale (θ, θ') ont respectivement $0^{m},035$ et $0^{m},100$ de longueur.

Dans la mise à l'encre, on supposera que le cube existe seul, qu'il est solide, et qu'on a enlevé la partie de ce corps comprise dans l'hémisphère et dans l'hyperboloïde. On indiquera, à l'encre rouge, les constructions nécessaires pour obtenir un point quelconque de chacune des lignes d'intersection et les tangentes en ces points.