Nouvelles annales de mathématiques

E. Fauquembergue

Question de licence (Paris, juillet 1880)

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 20 (1881), p. 420-421

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__420_1>

QUESTION DE LICENCE (PARIS, JUILLET 1880);

PAR M. E. FAUQUEMBERGUE.

Un corps solide se meut autour d'un point fixe : trouver à chaque instant le lieu des points du corps pour lesquels l'accélération est perpendiculaire à l'axe instantané de rotation.

Désignant par u, v, w les projections de la vitesse du point dont les coordonnées sont ξ, η, ζ, on a

$$u = q\zeta - r\eta,$$
$$v = r\xi - p\zeta,$$
$$w = p\eta - q\xi.$$

En différentiant ces équations, en considérant ξ, η, ζ comme constantes, on aura les projections de l'accélération suivant les axes $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$:

$$\frac{du}{dt} = \zeta\frac{dq}{dt} - \eta\frac{dr}{dt},$$
$$\frac{dv}{dt} = \xi\frac{dr}{dt} - \zeta\frac{dp}{dt},$$
$$\frac{dw}{dt} = \eta\frac{dp}{dt} - \xi\frac{dq}{dt}.$$

L'accélération fait avec les axes mobiles des angles dont les cosinus sont proportionnels à $\frac{du}{dt}, \frac{dv}{dt}, \frac{dw}{dt}$.

D'autre part, l'axe instantané de rotation, qui a pour équations

$$\frac{\xi}{p} = \frac{\eta}{q} = \frac{\zeta}{r},$$

fait avec les mêmes axes des angles dont les cosinus sont proportionnels à p, q, r. Ces deux directions devant être rectangulaires, on a l'équation

$$p\left(\zeta \frac{dq}{dt} - \eta \frac{dr}{dt}\right) + q\left(\xi \frac{dr}{dt} - \zeta \frac{dp}{dt}\right) + r\left(\eta \frac{dp}{dt} - \xi \frac{dq}{dt}\right) = 0,$$

ou

$$\left(q \frac{dr}{dt} - r \frac{dq}{dt}\right)\xi + \left(r \frac{dp}{dt} - p \frac{dr}{dt}\right)\eta + \left(p \frac{dq}{dt} - q \frac{dp}{dt}\right)\zeta = 0,$$

ou encore

$$q^2 d\frac{r}{q}\,\xi + r^2 d\frac{p}{r}\,\eta + p^2 d\frac{q}{p}\,\zeta = 0.$$

Cette équation, qui représente un plan passant par l'origine, jointe à l'équation de la surface, détermine le lieu cherché.