

E. FAUQUEMBERGUE

**Question de licence (Montpellier.
Novembre 1879)**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 20
(1881), p. 348-350

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__348_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION DE LICENCE

(MONTPELLIER. — NOVEMBRE 1879):

PAR M. E. FAUQUEMBERGUE.

On donne un cylindre droit vertical dont la base est un cercle de centre O et de rayon a . Une courbe tracée sur ce cylindre jouit de la propriété que, M désignant un point de cette courbe et MI la tangente correspondante, la projection du rayon vecteur $OM = r$ sur cette tangente est constante et égale à une ligne

donnée k . Le point M est défini par l'ordonnée verticale z et par l'angle ω que la projection horizontale OP de OM forme avec le rayon fixe OA .

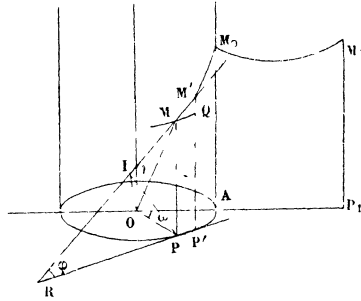
On propose de :

1° Trouver la relation finie qui existe entre z et ω , ou, si l'on préfère, exprimer ces coordonnées en fonction d'une variable auxiliaire;

2° Trouver, en fonction de z , l'expression s de l'arc de la courbe;

3° Calculer l'aire cylindrique comprise entre deux génératrices données et les arcs qu'elles interceptent sur la courbe et sur le cercle de base.

1° Désignons par φ l'angle MRP que fait la tangente à la courbe avec la tangente PR au cercle de base. OI



étant la perpendiculaire abaissée du centre O sur MR , la droite PI sera aussi perpendiculaire sur MR et l'angle MPI sera égal à l'angle φ . On aura donc

$$(1) \quad z = \frac{h}{\sin \varphi}.$$

Considérons maintenant un point M' de la courbe infiniment voisin de M , et un arc de cercle MQ parallèle au cercle de base et rencontrant en Q l'ordonnée $M'P'$.

Le triangle rectangle infiniment petit $MM'Q$ nous donnera

$$MQ = PP' = a d\omega = dz \cot \varphi,$$

ou, en remplaçant $\cot \varphi$ par sa valeur tirée de (1),

$$(2) \quad a d\omega = \frac{1}{k} \sqrt{z^2 - k^2} dz,$$

d'où

$$a\omega = \frac{z \sqrt{z^2 - k^2}}{2k} - \frac{k}{2} \log(z + \sqrt{z^2 - k^2}) + C.$$

2° Le même triangle rectangle donne

$$ds = \frac{dz}{\sin \varphi},$$

ou, en tenant compte de (1),

$$ds = \frac{1}{k} z dz,$$

d'où

$$s = \frac{1}{2k} z^2 + C.$$

3° Coupons le cylindre suivant la génératrice AM_0 et développons-en la surface sur un plan passant par cette génératrice; l'aire AM_0MP que nous voulons calculer se placera en $AM_0M_1P_1$, de telle sorte que $AP_1 = a\omega$ et $M_1P_1 = z$; en la désignant par A , nous aurons

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{a\omega} a z d\omega = \int_{z_0}^z \frac{z}{k} \sqrt{z^2 - k^2} dz \\ &= \frac{1}{3k} \left[(z^2 - k^2)^{\frac{3}{2}} - (z_0^2 - k^2)^{\frac{3}{2}} \right]. \end{aligned}$$

Note. — La même question a été résolue par M. A. Leinekugel, qui a également résolu la question de licence (même Tome, p. 55).