Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance. Extrait d'une lettre de M. Haton de la Goupillière

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 94-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__94_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. Haton de la Goupillière.

Vous avez bien voulu donner l'hospitalité des *Nouvelles Annales* (2^e^ série, t. XIII, p. 534) à un court résumé des propriétés de la courbe remarquable qui est représentée par l'équation

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = l^{\frac{2}{3}},$$

et qui n'est autre que l'épicycloïde à quatre rebroussements. Je pense que le supplément suivant pourrait servir à compléter cette première insertion.

D'Alembert a étudié cette courbe, dans la rectification de laquelle il a cru trouver un paradoxe de Calcul intégral (*Mémoires de Berlin*, 1747). Il y est encore revenu dans ses *Opuscules* (vol. IV, Mémoire XXIII).

Lord Brougham a éclairci les difficultés soulevées par d'Alembert (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLIV, p. 1134). En même temps il en a signalé d'autres auxquelles donne lieu cette même ligne, et qui sont relatives à la Dynamique (*ibid.*, p. 1184).

Il a rencontré incidemment une propriété donnée également par M. Chasles et qui consiste en ce que, quand on décrit l'épicycloïde comme l'enveloppe d'une droite de longueur constante mobile entre les côtés d'un angle droit, si la vitesse d'une des extrémités de la droite varie en raison inverse de sa distance au sommet de l'angle fixe, le point de contact de l'enveloppe avec la droite mobile décrit uniformément celle-ci.

M. Van den Broek est revenu sur ce mode de génération en le considérant comme un cas particulier du problème plus général qui concerne un angle quelconque (*Nouvelle Correspondance mathématique de Catalan*, t. I, p. 91).

M. Barbarin a montré que l'épicycloïde à quatre branches est le lieu géométrique des sommets des paraboles dont les foyers appartiennent à une circonférence et qui sont en même temps tangentes à deux diamètres fixes de ce cercle (*Nouvelles Annales*, 2e série, 1875, t. XIV, p. 328). Quelques autres propriétés énoncées par M. Barbarin dans le même article se trouvaient déjà dans ma Notice, dont il ne paraît pas avoir eu connaissance. Lui-même n'avait sans doute pas été lu par M. E. Lucas, qui a donné, en 1876, l'énoncé précédent comme théorème à démontrer dans la *Nouvelle Correspondance mathématique de Catalan* (t. II, p. 401). La démonstration a été insérée dans le même recueil l'année suivante par M. Schoentjes (*ibid.*, t. III, p. 58).

M. Lambiotte a fait connaître (*ibid.*, t. III, p. 63) l'équation

$$r = \frac{l}{\sqrt{2}} \cos 2\theta,$$

de la route suivie par le sommet d'un angle droit qui se meut en s'appuyant sur l'épicycloïde à quatre rebroussements.

M. Gambey a proposé (*Nouvelles Annales*, 2^e série, t. XVII, p. 287) la recherche du lieu géométrique du point de la tangente de l'épicycloïde à quatre rebroussements qui est conjugué harmonique du point de contact par rapport aux axes de coordonnées, et M. Lez a donné (*ibid.*, t. XVIII, p. 322) l'équation de ce lieu sous la forme

$$\left(x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}\right)\left(x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}\right)^2 = l^2.$$

M. Todhunter a proposé (*Nouvelle Correspondance mathématique de Catalan*, t. III, p. 400) la recherche de l'enveloppe de la base d'une cycloïde qui roule sur une droite, et M. Mennesson (*ibid.*, t. IV, p. 362) a montré que cette courbe est une développante de l'épicycloïde à quatre rebroussements à laquelle on donnerait pour paramètre le double du diamètre du cercle générateur.

M. Amstein a pris cette épicycloïde, qu'il appelle *astroïde* (*Société vaudoise des Sciences naturelles*, t. XV, p. 175), comme exemple de sa méthode de *représentation conforme*, en cherchant la représentation conforme de l'astroïde dans l'intérieur du cercle qui passe par ses rebroussements.

Il ne sera pas sans intérêt de faire remarquer enfin que, dans la courbe qui nous occupe, la relation de l'abscisse à l'ordonnée étant précisément celle des courbures de la parabole aux deux extrémités d'une corde focale,

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{\rho'}\right)^{3} = \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{2}{3}},$$

cette épicycloïde peut être considérée comme la courbe représentative de la relation en question.