NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

C. HENRY

Généralisation d’un théorème d’arithmétique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 517-518

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__517_1>

GÉNÉRALISATION D'UN THÉORÈME D'ARITHMÉTIQUE;

PAR M. C. HENRY.

Dans les *Nouvelles Annales* (année 1878, p. 463), M. l'abbé Marchand a démontré que *le carré d'un nombre impair est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux.* Cette propriété peut être généralisée au moyen de l'identité

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} a(2x+1)^2 = {} & \frac{(2ax+x+a)(2ax+x+a+1)}{2} \\ & - \frac{(2ax-x+a-1)(2ax-x+a}{2}, \end{aligned} \right.$$

où x et a représentent des nombres entiers quelconques.

En faisant d'abord $a = 1$, l'identité (1) devient

$$(2x+1)^2 = \frac{(3x+1)(3x+2)}{2} - \frac{x(x+1)}{2},$$

et, comme $2x + 1$ est premier avec x et $x + 1$, on a ce théorème :

Le carré d'un nombre impair est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux. Ce qui est le théorème de M. l'abbé Marchand.

En faisant $a = 2$ et remplaçant x par $4x$, la formule (1) donne

$$2(8x+1)^2 = \frac{(20x+2)(20x+3)}{2} - \frac{(12x+1)(12x+2)}{2};$$

on en peut conclure que *le double du carré d'un nombre de la forme* $8x + 1$ *est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux.*

En faisant $a = 3$, on a

$$3(2x+1)^2 = \frac{(7x+3)(7x+4)}{2} - \frac{(5x+2)(5x+3)}{2},$$

et par suite, en remplaçant x par $3x + 1$,

$$3(6x+3)^2 = \frac{(21x+10)(21x+11)}{2} - \frac{(15x+7)(15x+8)}{2}.$$

Il en résulte que *le triple carré d'un nombre de la forme* $6x + 3$ *est la différence de deux nombres triangulaires premiers entre eux.*

On pourrait continuer ainsi indéfiniment.