Nouvelles annales de mathématiques

Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 430-431

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__430_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.

Question 1297

(voir 2e série, t XVII, p. 527).

PAR M. E. FAUQUEMBERGUE,

Maître répétiteur au lycée de Saint-Quentin.

Décomposer le quadruple et le carré de $4p^6 + 27q^6$ *en une somme de deux cubes.*

(ÉDOUARD LUCAS.)

Dans le numéro de février 1880, page 91, on remarque les deux identités

$$(1)\qquad (L+M)^3 + (L-M)^3 = 2L(L^2+3M^2),$$

$$(2)\qquad \begin{cases} (6LM + L^2 - 3M^2)^3 + (6LM - L^2 + 3M^2)^3 \\ \quad = 2^2.3^2LM(L^2+3M^2)^2. \end{cases}$$

Si dans la première on remplace L par $2p^2$ et M par

$\frac{3q^3}{p}$, on a identiquement

$$16p^6 + 108q^6 = \left(2p^2 + \frac{3q^3}{p}\right)^3 + \left(2p^2 - \frac{3q^3}{p}\right)^3.$$

Si dans la seconde on fait $L^2 = \frac{2p^5}{3q}$ et $M^2 = \frac{3q^5}{2p}$, d'où $LM = p^2q^2$, on obtient la seconde décomposition

$$\begin{aligned}(4p^6 + 27q^6)^2 \\ = \left(6p^2q^2 + \frac{2p^5}{3q} - \frac{9q^5}{2p}\right)^3 + \left(6p^2q^2 - \frac{2p^5}{3q} + \frac{9q^5}{2p}\right)^3.\end{aligned}$$

Question 1313

(voir 2ᵉ série, t. XVIII, p. 335);

PAR M. MARCELLO ROCHETTI,

Professeur au lycee royal Campanella, à Reggio (Calabria).

Un nombre p, qui est la somme de n cubes entiers, étant donné, assigner un nombre q tel que le produit p^2q soit la somme algébrique de n cubes entiers.

(S. RÉALIS.)

Posons

$$q = p + p^4 + p^7 + \ldots + p^{3(n-1)+1} = \sum_{n=1}^{n=n} p^{3n-2},$$

il vient

$$(1) \qquad p^2q = p^3 + p^6 + p^9 + \ldots + p^{3n},$$

et le produit p^2q est la somme de n cubes entiers, quel que soit le nombre entier p donné.