Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__382_1>

QUESTIONS.

1319. Soient A, B, C, D et a, b, c, d, e, f les aires des faces et les longueurs des arêtes d'un tétraèdre donné; V son volume; M un point d'une surface du second ordre circonscrite à ce tétraèdre, et telle que le plan tangent à cette surface en chacun des sommets du tétraèdre soit parallèle à la face opposée; α, β, γ les demi-axes de la surface; v, v', v'', v''' les volumes des tétraèdres ayant respectivement pour bases les faces du tétraèdre donné et pour sommet le point M : on a les relations

$$\rho^2+\rho'^2+\rho''^2+\rho'''^2=V^2,$$

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=\frac{3}{16}(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2+f^2),$$

$$\alpha^2\beta^2+\alpha^2\gamma^2+\beta^2\gamma^2=\frac{9}{16}(A^2+B^2+C^2+D^2),$$

$$\alpha^2\beta^2\gamma^2=\frac{243}{64}V^2.$$

(GENTY.)

1320. Soit une série de cercles concentriques. Dans chacun d'eux on trace un rayon OM qui détache un secteur AOM d'aire donnée, à partir d'une droite fixe AOX passant par le centre O : trouver le lieu du point M.

(LAISANT.)

1321. Étant donné un ellipsoïde, on décrit la sphère qui passe par les extrémités A, B, C de trois rayons conjugués et qui a son centre dans le plan ABC; trouver : 1° le lieu du centre de la sphère; 2° l'enveloppe de cette sphère. (BARBARIN.)

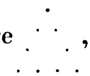
1322. Démontrer que $\sqrt{5}$ est la limite du rapport des deux séries

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{13^2}+\frac{1}{34^2}+\frac{1}{89^2}+\ldots,$$

$$\frac{1}{1}-\frac{2}{3}+\frac{3}{8}-\frac{4}{21}+\frac{5}{55}-\frac{6}{144}+\ldots.$$

(ÉDOUARD LUCAS.)

1323. Donner toutes les solutions du problème suivant :

Disposer également les neuf premiers nombres 1, 2, 3, ..., 9 sur les côtés d'un triangle équilatéral, comme l'indique cette figure , de façon que les trois sommes des quatre nombres placés sur chaque côté soient égales entre elles, ainsi que les trois sommes de leurs carrés.

(F. Proth.)

1324. Si (x, y, z) est une solution en nombres entiers de l'équation

$$aX^4 + bY^4 + dX^2Y^2 = cZ^2,$$

on aura toujours une solution en nombres entiers (x_1, y_1, z_1) de l'équation

$$X^4 + abc^2Y^4 + cdX^2Y^2 = Z^2$$

par les formules

$$x_1 = ax^4 - by^4, \quad y_1 = 2xyz, \quad z_1 = c^2z^4 + (4ab - d^2)x^4y^4.$$

Les formules de Lebesgue sont la conséquence évidente des précédentes. (A. Desboves.)