Agrégation des sciences mathématiques (concours de 1878)

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 36-41
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__36_1>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (CONCOURS DE 1878).

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES ET MÉCANIQUE.

I. — *Mathématiques élémentaires.*

On donne un cercle S, un triangle inscrit ABC et deux points P et P′ sur la circonférence du cercle. On sait que les pieds des perpendiculaires abaissées des points P et P′ sur les trois côtés du triangle sont respectivement sur deux droites D et D′.

1° Démontrer que le point de rencontre M des droites D et D′ décrit un cercle S′, quand le sommet C du triangle se meut sur la circonférence du cercle S, les points A, B, P, P′ restant fixes.

2° Trouver le lieu des centres des cercles S′, les points A et B restant fixes et les points P et P′ se déplaçant sur la circonférence S de telle sorte que l'arc PP′ conserve une longueur constante.

II. — *Mécanique élémentaire.*

Trois poids donnés P, P′, P″ sont supportés par trois fils flexibles et sans masse; ces fils passent respectivement par trois anneaux fixes, infiniment petits, A, B, C, placés d'une façon quelconque dans l'espace, et vont se réunir en un même nœud O.

On demande la position de ce nœud dans l'état d'équilibre.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

On donne une sphère S, un plan P et un point A; par le point A on mène une droite qui rencontre le plan P en un point B, puis, sur AB comme diamètre, on décrit une sphère S′; le plan radical des sphères S et S′ rencontre la droite AB en un point M.

1° Trouver le lieu décrit par le point M quand la droite AB tourne autour du point A.

2° Discuter le lieu précédent en supposant que le point A se déplace dans l'espace, le plan P et la sphère S restant fixes.

Composition sur une question de méthode ou d'histoire des Mathématiques.

Exposer la marche à suivre pour discuter une courbe dont on connaît l'équation en coordonnées polaires. — Donner des exemples.

Nota. — On regardera comme connues les formules relatives à la détermination des tangentes, des points d'inflexion et des asymptotes.

ÉPREUVES ORALES.

Mathématiques élémentaires.

1. Première leçon de Cosmographie.
2. Figures symétriques.
3. Des logarithmes (Mathématiques élémentaires).
4. Première leçon de Trigonométrie.
5. Résolution et discussion de l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

6. Division des nombres entiers. — Division des nombres décimaux.

7. Maximum et minimum de l'expression $\dfrac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$.

8. Résolution de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Discussion des valeurs générales.

9. Polygones réguliers de quatre, six, dix côtés, et polygones réguliers qui s'en déduisent.

10. Mesure des angles.

11. Surface des corps ronds.

12. Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales. — Fractions périodiques.

13. Première leçon sur la mesure des volumes.

14. Mouvement propre du Soleil.

15. Rabattements. — Changement de plans. — Rotations.

16. Centre de gravité du triangle, du trapèze, du quadrilatère quelconque, du polygone.

17. Plus grand commun diviseur. — Plus petit commun multiple.

18. Volume de la sphère.

19. Recherche du rapport de la circonférence au diamètre.

20. Formules $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$. — Formules élémentaires de la multiplication des arcs.

21. Principaux caractères de divisibilité.

Mathématiques spéciales.

1. Plan tangent. — Applications aux surfaces du second ordre.

2. Intersection d'un cône et d'un cylindre dans le cas où la section a des branches infinies.

3. Étant donné $\cos a$, trouver $\cos \frac{a}{m}$; étant donné $\sin a$ trouver $\sin \frac{a}{m}$. — Discussion. — Cas des racines multiples.

4. Exposer les principales méthodes qui permettent de reconnaître la nature d'une surface du second ordre dont on a l'équation.

5. Asymptotes des courbes rapportées à des coordonnées rectilignes.

6. Sections circulaires dans les surfaces du second ordre. — Cas où la surface est rapportée à des axes de coordonnées rectangulaires quelconques.

8. Application de la théorie des dérivées à l'étude des fonctions d'une seule variable (Exemples).

9. Règle des signes de Descartes.

10. Étude de la fonction exponentielle a^x. — Des logarithmes considérés comme exposants.

11. Recherche de l'équation d'une surface définie géométriquement (Exemples).

12. Approximation des racines. — Méthode de Newton.

13. Théorème des projections. — Application à la

transformation des coordonnées dans la Géométrie de l'espace.

14. Des plans diamétraux et des diamètres dans les surfaces du second ordre.

15. Sections rectilignes de l'hyperboloïde à une nappe.

16. Théorème de Rolle. — Application à la séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante.

17. Intersection de deux courbes du second degré (Solution du problème au moyen d'une équation du troisième degré). — Discussion.

18. Distance de deux points, d'un point à un plan, d'un point à une droite. Plus courte distance de deux droites (Géométrie analytique).

19. Réduction de l'équation générale du second ordre à trois variables à ses formes les plus simples en coordonnées rectangulaires.

20. Résolution de l'équation du troisième degré (Algèbre).

21. Transformation des équations (Exemples).

ÉPREUVE PRATIQUE DE CALCUL.

Calculer les côtés et les angles d'un triangle, sachant :

1° Que son périmètre est $22^{m},80$;

2° Que le rayon du cercle inscrit est $1^{m},90$;

3° Que le rayon du cercle circonscrit est $4^{m},75$.

COMPOSITION SUR LES MATIÈRES DE LA LICENCE.

Une tige rectiligne, dont on négligera l'épaisseur, peut tourner autour d'un axe vertical Oz, qu'elle rencontre en O et avec lequel elle fait constamment un angle donné θ; son moment d'inertie A, par rapport à Oz, est aussi donné.

Sur cette tige peut glisser librement un anneau infiniment petit de masse m. On donne la vitesse angulaire initiale Ω du mouvement de rotation de la tige autour de l'axe, la distance initiale R de l'anneau mobile au point O, la vitesse initiale R′ de l'anneau sur la tige.

On propose d'étudier le mouvement de rotation de la tige autour de l'axe et le mouvement de l'anneau sur la tige.

Dans la discussion, on examinera le cas où la vitesse relative initiale R′ est dirigée ou non vers le point O et le cas où elle est nulle.

Enfin, on étudiera plus spécialement le cas où la tige reste horizontale

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

Construire l'intersection d'une sphère et d'un ellipsoïde dont l'axe moyen est vertical.

Données. — Le centre (O, O′) de la sphère se projette horizontalement à $0^m,07$ en avant du plan vertical et verticalement à $0^m,075$ au-dessus du plan horizontal.

Le centre (c, c') de la sphère se projette horizontalement à $0^m,08$ en avant du plan vertical et verticalement à $0^m,07$ au-dessus du plan horizontal.

Les lignes de rappel (O, O′) (c, c') sont distantes de $0^m,04$.

Le rayon de la sphère est de $0^m,06$.

L'axe moyen de l'ellipsoïde, lequel est vertical, a $0^m,14$.

Le grand axe a $0^m,16$; il fait un angle de 45 degrés avec le plan vertical de projection (son sommet le plus rapproché du plan vertical est celui qui est le plus éloigné de la sphère).

Le petit axe a $0^m,12$.

Pour distinguer les parties de l'intersection qui sont vues de celles qui sont cachées, on supposera l'ellipsoïde enlevé.