Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 335-336

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__335_0>

QUESTIONS.

1311. Quatre nombres entiers α, β, γ, δ, positifs ou négatifs, étant donnés, soit fait, pour abréger,

$$\begin{aligned}
P &= \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \delta(\alpha + \beta + \gamma),\\
Q &= \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 - \alpha(\beta + \gamma + \delta),\\
R &= \gamma^2 + \delta^2 + \alpha^2 - \beta(\gamma + \delta + \alpha),\\
S &= \delta^2 + \alpha^2 + \beta^2 - \gamma(\delta + \alpha + \beta).
\end{aligned}$$

On peut démontrer, par un calcul direct, que le nombre

$$P^2 + Q^2 + R^2 + S^2$$

est le produit de deux facteurs, dont l'un s'exprime par une somme de quatre carrés, et l'autre par une somme de trois carrés. (S. Realis.)

1312. Transformer le produit

$$3(\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3)[(\alpha + \beta)^3 + (\beta + \gamma)^3 + (\gamma + \alpha)^3]$$

en une somme de trois cubes. (S. Realis.)

1313. Un nombre p, qui est la somme de n cubes entiers, étant donné, assigner un nombre q, tel que le produit p^2q soit la somme algébrique de n cubes entiers. (S. Realis.)

1314. Si, dans un triangle ABC, on a $A \pm B = 90^\circ$, alors

$$2c^{\pm 2} = (a + b)^{\pm 2} + (a - b)^{\pm 2},$$

les signes supérieurs, ou inférieurs, étant pris ensemble.

On demande une démonstration *simple* de cette extension du théorème de Pythagore. (Extrait du journal anglais *The educational Times.*)

(Donald Mc. ALISTER, B.A.B.Sc.)

1315. Étant donnés un triangle inscrit ABC et le diamètre DE perpendiculaire à BC, si du point C comme centre, avec la moitié de BC pour rayon, on décrit une circonférence qui rencontre CE en N, que par N on mène NM parallèle à CA et coupant AE en M, il s'agit de démontrer que

$$AM = \frac{AC + AB}{2}.$$

Ce théorème sert à déterminer le grand axe d'une ellipse dont on connaît deux diamètres conjugués.

(A. CAMBIER.)

1316. On prend sur la tangente à une cycloïde fixe, à partir du point de contact, une longueur proportionnelle au rayon de courbure de ce point; trouver le lieu de l'extrémité de cette longueur, quand la tangente se déplace. (BARBARIN.)

1317. Démontrer que le polynôme

$$x^{2n} - n^2 x^{n+1} + 2(n^2 - 1)x^n - n^2 x^{n-1} + 1$$

est divisible par $(x - 1)^4$. Trouver l'expression générale du quotient. (GENTY.)

1318. Trouver un nombre ayant la double propriété d'être égal à la somme des carrés de deux entiers consécutifs et à celle des carrés de trois entiers consécutifs.

(LIONNET.)