ARISTIDE MARRE

Note sur trois règles de multiplication abrégée, extraites du « Talkhys amâli al hissàb »

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 260-265

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__260_1>

NOTE SUR TROIS RÈGLES DE MULTIPLICATION ABRÉGÉE, EXTRAITES DU « TALKHYS AMALI AL HISSAB » (*);

PAR M. ARISTIDE MARRE.

Le *Talkhys amâli al hissàb* (Résumé analytique des opérations du Calcul) d'IBN AL BANNA, de Maroc, renferme, au chapitre de la multiplication des nombres entiers, quelques procédés d'abréviation à l'aide desquels on obtient rapidement, dans certains cas particuliers, le produit de la multiplication de deux nombres entiers. Comme ces procédés méritent d'être connus et ne se

(*) La traduction complète du *Talkhys amâli al hissàb* d'Ibn al Banna le Marocain, par M. Aristide MARRE, a paru d'abord dans les *Atti dell' Accademia pontificia de' Nuovi Lincei*, t. XVII, 1864. Elle a été publiée en 1865, à Rome, à l'Imprimerie des Sciences mathématiques et physiques, par les soins du Prince Balthasar Boncompagni.

rencontrent dans aucun *Traité d'Arithmétique* (bien que le *Talkhys* les ait donnés il y a près de six siècles), il me semble utile de les mettre sous les yeux de la jeunesse studieuse qui lit les *Nouvelles Annales de Mathématiques*.

Première règle. — Soit à multiplier par lui-même un nombre composé de chiffres tous égaux à l'unité, par exemple :

$$11111 \times 11111.$$

Je dis que le produit sera

$$123454321.$$

Règle. — Il suffit d'écrire le nombre des chiffres de l'un des facteurs et de le flanquer symétriquement, à sa gauche et à sa droite, de la suite naturelle décroissante des chiffres moindres que lui. Ainsi, pour l'exemple proposé, il suffira d'écrire 5, nombre des chiffres de l'un quelconque des facteurs, et de le flanquer symétriquement à gauche et à droite, de la suite naturelle décroissante des chiffres moindres que 5, c'est-à-dire de 4, 3, 2, 1, comme ci-dessous,

$$123454321.$$

Autre exemple. — Soit 1111111 à multiplier par 1.111.111.

Le produit sera formé immédiatement en écrivant symétriquement à gauche et à droite du chiffre 7, qui indique le nombre des chiffres de l'un quelconque des facteurs, la suite naturelle décroissante des chiffres 6, 5, 4, 3, 2, 1, comme ci-dessous :

$$1234567654321.$$

Autre exemple. — Si l'on proposait de multiplier 11 par 11, l'application de la règle donnerait immédiatement

121.

Deuxième règle. — Soit à multiplier par lui-même un nombre composé de chiffres tous égaux à 9, par exemple 99999 par 99999.

Je dis que le produit sera

9999800001.

Règle. — Il suffit d'écrire le chiffre 8, de le flanquer à gauche d'autant de 9 et à droite d'autant de 0 qu'il y a de chiffres moins un dans l'un quelconque des facteurs, puis d'écrire, à l'extrême droite du nombre qui en résulte, le chiffre 1.

Ainsi, dans l'exemple proposé

$$99999 \times 99999,$$

il suffit d'écrire le chiffre 8, de le flanquer à gauche de (5 — 1) ou 4 chiffres égaux à 9, et à droite de (5 — 1) ou 4 chiffres égaux à 0, comme il suit :

999980000,

puis d'écrire à l'extrême droite de ce nombre le chiffre 1; on a ainsi le produit

9999800001.

Autre exemple. — Soit 9999999 à multiplier par 9999999.

A gauche du chiffre 8, j'écris (7 — 1) ou 6 chiffres tous égaux à 9, et à sa droite 6 chiffres tous égaux à 0,

9999998000000,

puis à l'extrême droite de ce nombre, je pose le chiffre 1, et j'ai ainsi le produit demandé

99999980000001.

Autre exemple. — Si l'on proposait de multiplier 9 par 9, le produit, en appliquant la règle, serait 81.

Dans ce cas, en effet, le nombre des chiffres de l'un quelconque des facteurs étant 1, ce nombre, diminué de 1, devient égal à 0, et cela signifie que le chiffre 8 apparaît ici sans son escorte habituelle de 9 à gauche et de 0 à droite, et seulement accompagné du chiffre 1 des unités.

TROISIÈME RÈGLE. — Soit à multiplier un nombre composé de chiffres tous égaux à 9 par un nombre composé de chiffres tous égaux entre eux, mais tous différents de 9; par exemple :

$$999 \times 666.$$

Je dis que le produit sera 665334.

Règle. — On fait d'abord le produit du chiffre du multiplicande par le chiffre du multiplicateur, le chiffre des unités de ce produit préliminaire sera le chiffre des unités du produit demandé; quant au chiffre des dizaines de ce même produit préliminaire, il devra être flanqué à gauche d'autant de fois le chiffre du multiplicateur qu'il y a de chiffres moins un dans l'un quelconque des facteurs proposés, et à droite d'un même nombre de chiffres tous égaux à la différence entre le chiffre (9) du multiplicande et le chiffre du multiplicateur. C'est à l'extrême droite du nombre ainsi obtenu qu'on écrira le chiffre des unités du produit préliminaire, et l'on aura ainsi le produit demandé.

Exemple proposé :

$$999 \times 666.$$

Le produit préliminaire 9×6 étant 54, il suffit d'écrire à la gauche du chiffre (5) des dizaines autant de fois le chiffre (6) du multiplicateur qu'il y a de chiffres moins un dans l'un ou l'autre facteur, c'est-à-dire deux fois le chiffre (6), et à sa droite deux fois le chiffre (3) qui exprime la différence (9 — 6), ainsi :

66533,

puis de compléter ce nombre, en écrivant à l'extrême droite le chiffre (4) des unités du produit préliminaire (54), et l'on aura ainsi, pour le produit cherché,

665334.

Autre exemple. — Soit 9999999 à multiplier par 3333333.

Le produit préliminaire étant 27, et le nombre des chiffres de l'un quelconque des facteurs étant 7, il faut écrire à gauche du chiffre (2) des dizaines du produit préliminaire (7 — 1) ou 6 chiffres tous égaux au chiffre (3) du multiplicateur :

3333332,

puis, à droite de ce même chiffre (2) des dizaines du produit préliminaire, 6 chiffres tous égaux à la différence (9 — 3) ou 6 des chiffres des deux facteurs, ainsi :

3333332666666,

et enfin poser à l'extrême droite du nombre ci-dessus le chiffre (7) des unités du produit préliminaire 27, ce qui donne, pour le produit définitif, le nombre

33333326666667.

Autre exemple. — Soit 99 à multiplier par 22.

Le produit préliminaire étant 18 et chaque facteur proposé ayant deux chiffres, il suffira d'écrire à gauche du chiffre (1) des dizaines une seule fois le chiffre (2) du multiplicateur, et à sa droite une seule fois le chiffre (7), qui exprime la différence entre 9 et 2,

217,

puis de faire suivre ce nombre du chiffre (8) des unités du produit préliminaire.

Le produit demandé sera donc

$$2178.$$

La règle se vérifiera pour le cas où chacun des facteurs n'aurait qu'un chiffre. Si l'on proposait, par exemple, d'appliquer la règle au cas

$$9 \times 2 = 18,$$

le produit préliminaire serait en même temps le produit final, puisque le chiffre (1) des dizaines devrait avoir (1 — 1) fois ou zéro fois, à sa gauche et à sa droite, ses compagnons habituels, et réduit ainsi à lui-même devrait être uniquement suivi du chiffre (8) des unités.

Observation. — Il est facile de reconnaître que la deuxième règle peut être considérée comme un cas particulier de la troisième règle : celui où la différence entre le chiffre du multiplicande et le chiffre du multiplicateur devient égale à zéro.