Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 17 (1878), p. 462-464

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__462_1>

CORRESPONDANCE.

Lettre de M. D. Marchand, Curé de Notre-Dame, à Pontoise.

« Permettez à un simple arithméticien de vous adresser la réponse à une question posée par M. Realis, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (livraison du mois d'août 1878).

» La question est ainsi posée : *Le carré de tout nombre impair, divisible par* 3, *est la différence de deux nombres triangulaires premiers avec* 3.

» Cette proposition est le corollaire d'un théorème plus général, que j'énonce ainsi :

» Deux nombres consécutifs étant donnés, le premier pair ($2n$), le second impair ($2n+1$); si l'on fait, d'une part, le triangle $\frac{n(n+1)}{2}$, de la moitié du nombre pair, et, d'autre part, le carré du nombre impair, on obtient deux produits dont la somme est égale à un nombre triangulaire (*).

» Par ce moyen, on a deux nombres triangulaires dont la différence est le carré d'un nombre impair donné.

» Sur ce qui précède il y a des remarques à faire :

» 1° Le second nombre triangulaire $\frac{(3n+1)(3n+2)}{2}$ est évidemment premier avec 3, quel que soit le nombre impair considéré ($2n+1$).

» 2° La différence entre les bases triangulaires $3n+1$ et n étant $2n+1$, il en résulte que, si le nombre impair $2n+1$ est divisible par 3, la base n est nécessairement égale à un multiple de 3, $+1$; par conséquent, dans ce cas, le premier nombre triangulaire est, comme le second, premier avec 3.

» Telle est, monsieur le Rédacteur, ma réponse à la question de M. Realis. »

(*) $\frac{n(n+1)}{2}+(2n+1)^2=\frac{(3n+1)(3n+2)}{2}$, identiquement.

M. Moret-Blanc observe qu'on a identiquement

$$9n^2 = \frac{(3n^2+1)(3n^2+2)}{2} - \frac{(3n^2-2)(3n^2-1)}{2},$$

ce qui démontre le théorème de M. Realis.

La restriction que le carré soit impair est inutile; l'identité précédente démontre que :

Tout carré divisible par 3 *est la différence de deux nombres triangulaires premiers avec* 3.

MM. Lez, Pisani et Sondat nous ont adressé des solutions de la question 1255, résolue (n° de septembre, p. 340).

La question 1221 a été résolue par M. S. K., à Vienne.