NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ROBAGLIA

Concours d'admission à l'École spéciale militaire (année 1877), 2e question

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 17 (1878), p. 206-207

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__206_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE SPÉCIALE MILITAIRE (ANNÉE 1877).

2e QUESTION

(voir 2e série, t. XVI, p. 320);

PAR M. ROBAGLIA.

Résoudre l'équation $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$, dans laquelle les quantités données a et b sont supposées réelles et positives.

Donner la condition de réalité des racines et, en la supposant remplie, examiner si les racines satisfont toutes à l'équation.

I. Les racines de l'équation proposée étant

$$x' = \frac{1}{2}\left(b + \sqrt{2a^2 - b^2}\right) \quad \text{et} \quad x'' = \frac{1}{2}\left(b - \sqrt{2a^2 - b^2}\right) \ (*),$$

la condition de réalité est $2a^2 - b^2 \geqq 0$.

La racine x'' satisfait à l'équation $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$,

(*) x' et x'' sont les racines de l'équation $x^2 - bx + \dfrac{b^2 - a^2}{2} = 0$ qu'on obtient en faisant disparaître le radical de l'équation proposée $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$. L'équation $x - \sqrt{a^2 - x^2} = b$ conduit de même à $x^2 - bx + \dfrac{b^2 - a^2}{2} = 0$, et c'est pourquoi il y a lieu d'examiner si les racines x' et x'' satisfont toutes deux à l'équation proposée.

car, en remplaçant x par $\frac{1}{2}\left(b - \sqrt{2a^2 - b^2}\right)$, on a

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{b - \sqrt{2a^2 - b^2} + \sqrt{2a^2 + 2b\sqrt{2a^2 - b^2}}}{2} = b \ (^*).$$

Mais la racine x' ne satisfera à l'équation que si l'on a $b \geqq a$ (**).