V. JAMET

Sur une application des déterminants

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 16 (1877), p. 372-373

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__372_1>

SUR UNE APPLICATION DES DÉTERMINANTS;

PAR M. V JAMET,
Professeur au lycee de Saint-Brieuc.

On rencontre fréquemment en Géométrie analytique l'identité suivante :

$$(a^2 + b^2 + c^2)(a'^2 + b'^2 + c'^2) - (aa' + bb' + cc')^2$$
$$= (bc' - cb')^2 + (ca' - ac')^2 + (ab' - ba')^2.$$

Je me propose de la vérifier au moyen des déterminants. Soit

$$(bc' - cb')^2 + (ca' - ac')^2 + (ab' - ba')^2$$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ bc' - cb' & ca' - ac' & ab' - ba' \end{vmatrix} = \Delta.$$

Remarquons d'abord que

$$(bc' - cb')a + (ca' - ac')b + (ab' - ba')c = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0.$$

De même

$$(bc' - cb')a' + (ca' - ac')b' + (ab' - ba')c' = 0.$$

Par suite, en élevant le déterminant Δ au carré, il vient

$$\Delta^2 = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 + c^2 & aa' + bb' + cc' & 0 \\ aa' + bb' + cc' & a'^2 + b'^2 + c'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{vmatrix},$$

d'où

$$\Delta = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 + c^2 & aa' + bb' + cc' \\ aa' + bb' + cc' & a'^2 + b'^2 + c'^2 \end{vmatrix}.$$

C. Q. F. D.