NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DÉSIRÉ ANDRÉ

Sur les chiffres qui terminent les puissances des nombres entiers

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 16 (1877), p. 370-372

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__370_0>

SUR LES CHIFFRES QUI TERMINENT LES PUISSANCES DES NOMBRES ENTIERS;

PAR M. DÉSIRÉ ANDRÉ.

I.

THÉORÈME. — *Quels que soient les nombres entiers* A, B, k, n, *si* A *et* B *sont terminés par les mêmes* k *derniers chiffres, il en est de même de* A^n *et* B^n.

En effet, par hypothèse, la différence des deux nombres A et B est terminée par k zéros. Il en est de même de la différence des deux nombres A^n et B^n, puisque cette seconde différence est divisible par la première.

Corollaire. — Les k derniers chiffres de la puissance $n^{ième}$ d'un nombre quelconque ne dépendent que des k derniers chiffres de ce nombre.

Corollaire. — Dans la suite indéfinie des puissances $n^{ièmes}$ des nombres entiers consécutifs, les puissances, prises de 10^k en 10^k, sont terminées par les mêmes k derniers chiffres.

II.

THÉORÈME. — *Quels que soient les nombres entiers* A, B, k, n, *si la somme des deux nombres* A *et* B *est terminée par* k *zéros,* A^{2n} *et* B^{2n} *sont terminés par les mêmes* k *derniers chiffres.*

En effet, la différence des deux nombres A^{2n} et B^{2n} est terminée par k zéros, puisqu'elle est divisible par la somme des deux nombres A et B.

Corollaire. — Dans la suite des puissances d'exposant $2n$ des $10^k - 1$ premiers nombres entiers, deux puissances quelconques, prises à égales distances des extrêmes, sont terminées par les mêmes k derniers chiffres.

III.

Théorème. — *Quels que soient les nombres entiers* A, B, k, n, *si la somme des deux nombres* A *et* B *est terminée par* k *zéros, il en est de même de la somme des deux nombres* A^{2n+1} *et* B^{2n+1}.

On sait, en effet, que la seconde somme est exactement divisible par la première.

Corollaire. — Dans la suite des puissances d'exposant $2n+1$ des $10^k - 1$ premiers nombres entiers, deux puissances quelconques, prises à égales distances des extrêmes, ont une somme terminée par k zéros.

IV.

Les trois théorèmes précédents, ainsi que les corollaires qui les accompagnent, sont vrais dans tous les systèmes de numération. Il faut donc, dans l'énoncé de chacun d'eux, regarder le groupe 10 comme représentant, non point en particulier le nombre 10, mais bien en général l'unité du second ordre du système de numération que l'on considère, ou, en d'autres termes, la base même de ce système de numération.

V.

Si l'on nomme *polynôme complet* un polynôme ordonné, où la différence des exposants de la lettre ordonnatrice dans deux termes consécutifs est constamment égale à l'unité, les trois théorèmes d'Arithmétique précédents peuvent être rapprochés des trois théorèmes d'Algèbre suivants, qui leur sont très-analogues par leurs énoncés et qui pourraient se démontrer par les mêmes moyens.

THÉORÈME. — *Si deux polynômes quelconques* P *et* Q, *entiers, complets et ordonnés de la même manière par rapport à la même lettre, sont tels que leurs k derniers termes soient égaux chacun à chacun, il en est de même des k derniers termes des deux polynômes* P^n *et* Q^n.

THÉORÈME. — *Si deux polynômes quelconques* P *et* Q, *entiers, complets et ordonnés de la même manière par rapport à la même lettre, sont tels que leurs k derniers termes soient respectivement égaux et de signes contraires, les k derniers termes des deux polynômes* P^{2n} *et* Q^{2n} *sont égaux chacun à chacun.*

THÉORÈME. — *Si deux polynômes quelconques* P *et* Q, *entiers, complets et ordonnés de la même manière par rapport à la même lettre, sont tels que leurs k derniers termes soient respectivement égaux et de signes contraires, les k derniers termes des deux polynômes* P^{2n+1} *et* Q^{2n+1} *sont aussi égaux et de signes contraires respectivement.*