Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 16 (1877), p. 239-240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__239_1>

QUESTIONS.

1229. Si les trois racines de l'équation

$$x^3 - 3qx + r = 0$$

sont réelles, chacune d'elles est moindre que $2\sqrt{q}$; mais, si une seule de ces racines est réelle, sa valeur surpasse $2\sqrt{q}$. (R.-W. GENESE.)

1230. Soient O un point fixe dans le plan du cercle PQR, et OPQ une sécante sur laquelle on prend un point S de manière que $OS = \lambda OP + \mu OQ$ (λ et μ étant des constantes) : démontrer que l'enveloppe d'une

(*) C'est une proposition connue qui résulte immédiatement de ce que le cercle des neuf points passe aux milieux des droites MA, MB, MC.

On sait aussi que les cercles circonscrits aux triangles MAB, MAC, MBC ABC sont égaux entre eux; donc, comme le remarque M. Cambier :

Quand deux hyperboles équilatères se coupent en quatre points, les quatre cercles circonscrits aux triangles formés par ces points pris trois à trois ont des rayons égaux. (G.)

perpendiculaire à PQ, menée par le point S, est une conique. (R.-W. GENESE.)

1231. D'un point M on mène trois normales à une conique; soit P le point de rencontre des hauteurs du triangle formé par les trois pieds de ces normales, et O le centre de la conique : démontrer que la droite OP et la quatrième normale que l'on peut mener du point M à la courbe sont également inclinées sur les axes.

Si la conique est une hyperbole équilatère, la droite OP passe par le pied de la quatrième normale.

(LAGUERRE.)

1232. En un point M d'une conique, on construit la parabole osculatrice et l'on prend le symétrique P du foyer de cette parabole par rapport à la tangente en M : démontrer que les points P et M sont réciproques par rapport au cercle, lieu des sommets des angles droits circonscrits à la conique. (LAGUERRE.)

1233. Étant donnée une ellipse, soient a et b deux points quelconques réciproques par rapport au cercle, lieu des sommets des angles droits circonscrits à la conique; on prend le point β symétrique du point b par rapport à la polaire de a : démontrer que les points b et β ainsi que les deux foyers de l'ellipse sont situés sur un même cercle que ces points divisent harmoniquement. (LAGUERRE.)

1234. Intégrer l'équation différentielle

$$y\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{2}{3}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=f(x),$$

$f(x)$ désignant un polynôme du troisième degré.

(LAGUERRE.)