

## Bibliographie

*Nouvelles annales de mathématiques 2<sup>e</sup> série*, tome 15 (1876), p. 93-95

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1876\\_2\\_15\\_\\_93\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__93_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## BIBLIOGRAPHIE.

---

*Théorie des équations aux dérivées partielles de premier ordre*; par M. MANSION (PAUL), professeur à la Faculté des Sciences de Gand. — Mémoire couronné par l'Académie royale de Bruxelles. In-8 de xvi-289 pages; 1875. Prix : 6 francs.

Cet Ouvrage contient le résumé des recherches de Lagrange, Pfaff, Jacobi, Bour, Weiler, Clebsch, Korkine, Boole, Mayer, Cauchy, Serret et Lie, sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre. Les travaux de ces géomètres sont groupés dans les subdivisions suivantes :

INTRODUCTION. — *Génération des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* — LIVRE I. *Méthode de Lagrange et de Pfaff.* — LIVRE II. *Méthode de Jacobi.* — LIVRE III *Méthode de Cauchy et de Lie.* — APPENDICE. *Méthode de Lie comme synthèse des méthodes antérieures.*

L'Introduction contient, de plus que la partie correspondante des Ouvrages analogues de MM. Imschenetsky et Graindorge, l'exposé des idées de M. Lie relativement à la génération des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Ces idées ouvrent à la Science de nouveaux horizons et conduiront infailliblement, dans un avenir prochain, à une transformation complète de la théorie des équations aux dérivées partielles.

Dans le Livre premier sont analysés les travaux de Lagrange et de Pfaff. On a utilisé dans cette partie de l'Ouvrage, plus qu'on ne le fait communément, la théorie des déterminants fonctionnels. On a pu rattacher la méthode de Pfaff à celle de Lagrange, en apparence si différente, en résumant les premiers

Mémoires de Jacobi. Ces Mémoires, qui combrent une véritable lacune dans la théorie des équations aux dérivées partielles, font comprendre complètement, d'abord l'étroite connexion qui existe entre les équations aux dérivées partielles linéaires et certaines équations différentielles ordinaires, ensuite les relations de la méthode de Pfaff avec celle de Lagrange. Les applications nombreuses de la théorie générale que contiennent les écrits de Lagrange et de Monge, ainsi que quelques Mémoires de Hesse et Schläfli, se trouvent aussi dans le premier Livre.

Les trois premiers Chapitres du deuxième Livre renferment l'analyse des travaux de Jacobi et de Bour. Une petite erreur, qui s'est glissée dans l'exposition de ce dernier, est corrigée d'après Mayer. Le Chapitre IV contient des calculs d'une admirable élégance, dus à Clebsch, où l'éminent algébriste fait connaître une notable simplification de la méthode de Jacobi, trouvée par Weiler en 1863. Les Chapitres V et VI sont consacrés à des méthodes où l'on procède par des changements de variables. Dans la méthode de Korkine (1868), on dispose de la fonction arbitraire de l'intégrale générale de l'une des équations données, de manière à satisfaire aux autres équations : on transforme ainsi le système en un autre qui contient une équation et une variable de moins. Korkine n'a donné que l'énoncé des théorèmes fondamentaux de sa méthode, mais on a pu reconstruire sa démonstration. La méthode de Boole, qui s'applique seulement aux équations linéaires, procède à peu près comme celle de Korkine. La méthode de Mayer, qui vient ensuite, s'applique aussi aux équations linéaires, dont elle ramène l'intégration à celle de certains systèmes d'équations différentielles totales. Une transformation de variables et l'emploi d'un théorème nouveau très-remarquable permettent à Mayer de réduire l'intégration des systèmes d'équations linéaires de Jacobi au dernier degré de simplicité.

Le Livre troisième contient le résumé des travaux de Cauchy et de Serret, ainsi que la méthode de Lie d'après Mayer. C'est la partie la plus originale de l'Ouvrage. En introduisant les idées de Lie dans le dernier mode d'exposition de Cauchy,

on peut rattacher toutes les recherches des géomètres sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre à la notion fondamentale de caractéristique. En particulier, on retrouve très-facilement les principaux résultats de Serret et les modifications apportées par Mayer et Darboux à la méthode de Pfaff.

Le court Appendice qui termine l'Ouvrage contient, au moyen des idées de Lie, un aperçu synthétique des méthodes principales, qui permet au lecteur d'entrevoir leur fusion prochaine entre les mains du géomètre norvégien. Les derniers Mémoires de Lie n'ont pu être résumés; l'auteur s'est contenté d'en donner une liste exacte avec l'indication des recueils où l'on peut les trouver.

L'Introduction et les Notes renferment l'histoire complète de la *Théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre*.