

ESCARY

**Remarque sur la note de M. Floquet relative
à l'intégration de l'équation d'Euler**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 15
(1876), p. 61-63

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__61_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**REMARQUE SUR LA NOTE DE M. FLOQUET
RELATIVE A L'INTÉGRATION DE L'ÉQUATION D'EULER (*) ;**

PAR M. ESCARY,

Professeur au lycée de Châteauroux.

On sait qu'au point de vue analytique les surfaces du second ordre sont des surfaces réglées; car, d'une manière générale, assujettir une surface de degré m à contenir une droite indéterminée, c'est assujettir la droite à avoir $m + 1$ points sur la surface: c'est donc imposer aux coefficients des équations de la surface et de la droite $m + 1$ conditions. Or la droite la plus générale de l'espace dépend de quatre indéterminées; donc exiger qu'une surface de degré m contienne une droite donnée, c'est lui imposer $m - 3$ conditions. D'après cela, nous voyons que, demander à une surface du troisième degré de contenir une droite donnée, c'est ne l'assujettir à aucune condition, et que par suite les surfaces du troisième degré renferment une droite réelle ou imaginaire. Quant aux surfaces du second ordre, on voit qu'il suffirait de leur imposer une condition de moins, et que, par con-

(*) *Nouvelles Annales*, 2^e série, t. XIV, p. 120.

séquent, elles contiennent une droite réelle ou imaginaire d'une infinité de manières, ce qui veut dire qu'elles peuvent être engendrées par une ligne droite.

Cela étant rappelé, la méthode que M. Floquet vient de donner pour intégrer l'équation d'Euler, au moyen des lignes de courbure de l'hyperboloïde à une nappe et à axes inégaux, fait immédiatement songer à la possibilité d'atteindre le même résultat au moyen des lignes de courbure des deux autres surfaces du second ordre, à centre et à axes inégaux. C'est effectivement ce qui arrive; car, supposant $a > b > c$ et prenant

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{z}{c} \cos u + i \sin u, \\ \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \sin u - i \cos u, \\ \frac{x}{a} = \frac{z}{c} \cos v - i \sin v, \\ \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \sin v + i \cos v \end{cases}$$

pour les deux systèmes de génératrices rectilignes de l'hyperboloïde à deux nappes, et

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{z}{c} i \cos u - \sin u, \\ \frac{y}{b} = \frac{z}{c} i \sin u - \cos u, \\ \frac{x}{a} = \frac{z}{c} i \cos v - \sin v, \\ \frac{y}{b} = \frac{z}{c} i \sin v + \cos v \end{cases}$$

pour celles de l'ellipsoïde, un calcul identique à celui de M. Floquet conduit au même résultat. Il n'y a que cette seule différence, à savoir: le carré du module k^2

ayant pour valeur $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + c^2}$, dans le cas des deux hyperboïdes, est égal à $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}$ lors de l'ellipsoïde.

On sait que les surfaces du second ordre concentriques et homofocales jouissent de la propriété remarquable de se couper orthogonalement et suivant leurs lignes de courbure. On sait aussi que Lamé est arrivé à édifier une théorie complète des fonctions elliptiques au moyen de la considération simultanée de ces mêmes surfaces; que la variable indépendante introduite par l'illustre géomètre, en vue d'assurer à l'équation aux différences partielles qu'il veut intégrer les simplifications analytiques ultérieures qui font le succès de sa méthode, et qu'il appelle le *paramètre thermométrique* de la famille de surfaces, ne met nullement en évidence, dans la solution du problème, l'influence probable des lignes de courbure déterminées, pour chaque valeur du paramètre, par les trois surfaces simultanées. Le procédé de M. Floquet, au contraire, en conduisant, par la considération des lignes de courbure de chaque surface prise séparément, à l'intégrale algébrique d'Euler, qui est la formule fondamentale de la théorie des fonctions elliptiques, a l'avantage de signaler cette influence et de faire acquérir par là une importance pratique nouvelle au beau théorème de Charles Dupin.