Compositions écrites données à l'École polytechnique en 1876

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 15 (1876), p. 424-429

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__424_0>

COMPOSITIONS ÉCRITES DONNÉES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1876.

CONCOURS D'ADMISSIBILITÉ.

Composition de Mathématiques.

Première question. — Expliquer la recherche du lieu des milieux des cordes parallèles à la droite qui joint l'origine au point dont les coordonnées sont $x = 2$, $y = -1$, $z = 1$, pour la surface représentée par l'équation

$$x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 2xy + 5x + z = 0.$$

Nota. — L'explication doit être faite sur les données numériques qui ont été indiquées et non avec des relations générales littérales, faute de quoi la composition serait considérée comme nulle et non avenue.

Seconde question. — On demande de trouver les limites entre lesquelles doit varier le coefficient a pour que l'équation

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + a = 0$$

ait ses quatre racines réelles.

Tracé graphique.

Tore traversé par un trou conique.

Données. — La ligne de terre à 13 centimètres au-dessous de la tête imprimée. Tore : axe dans le milieu de la feuille $O'\omega = 55^{mm}$, $O\omega = 125^{mm}$, $O'C' = 70^{mm}$; rayon du cercle méridien $= 50^{mm}$. Cône : cône de révolution dont l'axe est parallèle au plan vertical et rencontre l'axe du tore; le sommet est en (S, S'), $OS = 27^{mm}$;

le point S' est sur le cercle, la génératrice $S'a'$ qui forme le contour apparent du cône est tangente au cercle méridien en S, la seconde génératrice de contour apparent $S'b'$ est tangente à l'autre méridien en d'; l'axe est la bissectrice : c'est $S'f'$ qui rencontre l'axe du tore en k'.

On a figuré une sphère ayant son centre en f' et inscrite dans le cône; elle touche le contour apparent $S'a'$ en h'. La projection horizontale est un cercle de rayon égal ayant son centre en f; les deux tangentes menées à ce cercle par le point S forment le contour apparent horizontal du cône.

Construction. — Sphères auxiliaires ayant leurs centres au point k'. L'une est $b'i'a'g'n'm'p'$; elle coupe le tore suivant le parallèle $g'i'$ projeté horizontalement suivant le cercle gf et suivant le parallèle $m'r'$ projeté horizontalement suivant mr; elle coupe le cône suivant les parallèles $a'b'$ et $n'p'$, ce qui détermine les points d'intersection $t'_1 tt_1$, $u'_1 uu_1$, $v'_1 vv_1$. On a tracé la sphère qui donne les points sur le cercle de gorge $x'_1 xx_1$ et la sphère limite inscrite dans le tore, qui donne le point w' pour lequel la tangente est le parallèle du cône et dont on n'a pas construit la projection horizontale. Les points (d', d), (S', S) sont des points doubles réels; le point de rencontre y' des contours apparents se projette en y.

On a représenté le tore après qu'on en a enlevé la portion contenue dans le cône.

Les constructions faites sur le modèle en pointillé doivent être faites en encre de couleur.

Composition de Physique.

Dilatation linéaire des solides par la méthode de Ramsden.

Lunette de Galilée.

Composition de Chimie.

Préparation et analogies de l'ammoniaque, du phosphure d'hydrogène gazeux et de l'arséniure d'hydrogène.

Analyse de l'ammoniaque.

Concours d'admission.

Composition de Mathématiques.

On considère une hyperbole équilatère fixe et une infinité de cercles concentriques à cette courbe. A chacun des cercles on mène des tangentes qui soient en même temps normales à l'hyperbole. On prend le milieu de la distance qui sépare le point de contact avec le cercle variable du point d'incidence sur l'hyperbole fixe. On demande le lieu géométrique de ces milieux.

Si l'équation se présente sous une forme irrationnelle, on aura à la rendre rationnelle.

En second lieu, on exprimera en fonction du rayon du cercle les coordonnées du point d'incidence, en s'attachant à spécifier les solutions réelles distinctes.

Lavis à l'encre de Chine.

Faire le lavis, à l'encre de Chine, d'une surface cylindrique de 10 centimètres de diamètre sur 15 centimètres de hauteur. Ce cylindre devra se détacher sur un fond formé d'une teinte plate grise; il reposera sur un socle dont la surface plane sera indiquée par une teinte plate d'une très-faible intensité.

Le modelé de cette surface cylindrique pourra être fait à teintes fondues ou adoucies ou bien à teintes plates superposées.

On admettra que le rayon de lumière a pour projections horizontale et verticale des lignes inclinées à 45 degrés sur la ligne de terre. Le cadre limitant le dessin aura 24 centimètres de haut sur 18 centimètres de large.

Calcul trigonométrique.

Étant donnés dans un triangle deux côtés et l'angle compris, savoir :

$$a = 38540^{m},17,$$
$$b = 29625^{m},43,$$
$$C = 37^{\circ}\,15'\,23'',41,$$

trouver les deux autres angles A et B, le troisième côté c et la surface S.

N. B. — Ce calcul n'ayant pas été distribué en même temps à tous les candidats de l'une des séries, à Paris, a été annulé pour ces candidats, et remplacé par le suivant :

Étant donnés, dans un triangle, les trois côtés

$$a = 38502^{m},35,$$
$$b = 29678^{m},49,$$
$$c = 40763^{m},21,$$

calculer les trois angles et la surface.

Composition française.

DE L'INDÉPENDANCE.

L'indépendance absolue est une chimère. L'homme dépend toujours de quelqu'un ou de quelque chose : enfant, de ses parents ; homme fait, des lois ; employé, fonctionnaire, de ses chefs ; malade, de son médecin ; plaideur, de ses juges, etc., etc.

Fût-elle réalisable, elle serait funeste : elle détruirait les liens de la société. L'homme ne verrait plus que lui au monde, ne serait plus retenu par aucun frein, etc.

Mais l'esprit d'indépendance est bon, en ce sens qu'il sauvegarde notre dignité d'êtres libres, qu'il nous préserve de la servitude volontaire et de l'abaissement qui en est la suite.

Composition de Géométrie descriptive.

Représenter par ses projections le solide commun à un cône et à un hyperboloïde qui ont une génératrice commune. Les deux surfaces recouvrent des corps solides.

Ligne de terre à 25 centimètres au-dessus du bord inférieur de la feuille de papier.

Hyperboloïde de révolution : axe vertical au milieu de la feuille; centre en (O, O'), $Oa = 120^{mm}$, $O'a = 70^{mm}$; rayon OD du cercle, trace horizontale de la surface $= 110^{mm}$; rayon OB du cercle de gorge $= 45^{mm}$.

La génératrice ABS, $A'O'S'$ parallèle au plan vertical sera la génératrice commune.

Cône : cône oblique à base circulaire, sa base est dans le plan horizontal; le sommet est en (S, S') sur la génératrice commune, $aS = 180^{mm}$; le centre de la base est en C, $CA = 100^{mm}$, $CS = 120^{mm}$; le cercle de base doit passer par le point A, son rayon est donc égal à 100 millimètres.

Nota. — On ne considérera pour la représentation du solide commun que la nappe du cône située entre le sommet et le plan horizontal, mais on prolongera un peu la courbe d'intersection des deux côtés pour bien montrer sa forme; ces prolongements seront faits en pointillé.

N. B. — Cette composition est celle qui a été annulée pour les candidats de Paris, et remplacée par la suivante :

On donne dans le plan horizontal de projection un triangle rectangle ABC : $A = 90^\circ$, $AB = 0^m,08$, $AC = 0^m,06$.

Le cercle horizontal ayant A pour centre et AC pour rayon engendre un tore en tournant autour de la parallèle menée par le point B à la droite AC.

On demande de construire l'intersection de ce tore et de la sphère qui, ayant un rayon égal à $0^m,09$, touche le plan horizontal de projection au point I, milieu de BC.

On placera la ligne de terre LT à égale distance du petit côté de la feuille de dessin, et l'on disposera le triangle ABC de manière que AB et LT soient parallèles et à la même distance du point C.

Dans la mise à l'encre, on représentera la sphère supposée pleine et existant seule, en supprimant la portion de ce corps comprise dans le tore.