Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 15 (1876), p. 374-376

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__374_1>

CORRESPONDANCE.

1. *Lettre de M. Doucet, professeur au Lycée de Saint-Étienne.* — Je vous envoie une solution du problème de Mathématiques élémentaires proposé cette année, au concours général des lycées de province. Cette solution m'a été donnée, le jour même, par M. *Touren,* élève de ma classe au lycée de *Saint-Étienne.*

On donne une circonférence, une droite fixe LL′, *et deux points fixes* A *et* A′ *sur la circonférence. On joint un point quelconque* M *de la courbe aux deux points* A *et* A′; *les droites* MA, MA′ *rencontrent la droite fixe en deux points* P et P′. *Démontrer qu'il existe sur* LL′ *deux points fixes* I et I′, *tels que le produit* $IP \times I'P'$ *demeure constant, lorsque le point* M *se meut sur la circonférence. Déterminer les positions des points* I *et* I′.

Si la proposition est vraie, on déterminera facilement I et I′. Lorsque le point P s'éloigne à l'infini, $I'P' = 0$; traçons donc la corde AB parallèle à LL′ et joignons son extrémité B au point A′. Le point I′ est l'intersection de BA′ avec LL′. Traçons de même A′C parallèle à LL′, et joignons l'extrémité C au point A; AC coupe en I la droite LL′.

Il ne s'agit plus que de *vérifier* la constance du produit

$IP \times I'P'$. Or les triangles AIP, A'I'P' sont semblables; en effet, leurs angles I et I' sont égaux à l'angle constant M, et l'angle P du premier est égal à l'angle A' du second, comme ayant même mesure, le demi-arc BM. On a donc

$$\frac{IP}{A'I'} = \frac{AI}{I'P'}, \quad \text{d'où } IP \times I'P' = AI \times A'I' = \text{const.}$$

Les points I et I' sont construits.

Note. — M. A. Burtaire, professeur de Mathématiques élémentaires à Épinal, nous a adressé une démonstration peu différente de celle qui précède.

2. M. *A. C.* nous communique l'énoncé de la question suivante donnée en composition, dans l'Académie d'Aix, à la classe de Mathématiques élémentaires. — *Étant donnés deux points fixes* A, B, *et une droite* AX, *partant de l'un d'eux* A, *on considère sur cette droite tous les couples de points* m, m', *tels que* $Am \times Am'$ *ait une valeur constante* m^2.

On construit les deux points n, n' tels que $Bm \times Bn$ et $Bm' \times Bn'$ aient une valeur donnée n^2, et l'on demande :

1° De prouver que toutes les droites nn' concourent, quelles que soient les positions de m, m' sur AX, en un point c qu'on propose de déterminer ;

2° Comment varie, avec la position de m, le produit $cn \times cn'$;

3° Comment se déplace le point c quand la droite AX tourne autour du point A, de toutes les manières possibles ;

4° Ce que seront, l'une par rapport à l'autre, les figures décrites par n et n', si m décrit une sphère donnée ;

5° Que deviendraient les résultats si la quantité m était égale à AB.

Le journal scolaire de l'Algérie contient une solution complète de cette question, rédigée par M. *Combe*, professeur de Mathématiques au collége de Constantine.

3. Nous avons reçu de M. *Z. Benoît*, professeur d'Hydrographie à Narbonne, plusieurs Notes relatives à la Géométrie élémentaire et à la Trigonométrie, dans lesquelles l'auteur s'est proposé de simplifier les solutions de plusieurs questions connues : *Construire un triangle dont on connaît les trois hauteurs. Déterminer le rayon d'un cercle inaccessible. Problème du billard circulaire. Connaissant deux cordes parallèles d'un cercle et leur distance, trouver le rayon ;* etc.

Toutes les solutions de M. Benoît sont très-simples et rigoureuses.

Note. — M. Jules Freson, élève de première scientifique à l'Athénée de Liége, nous a adressé une solution de la question 1201, déjà résolue dans le numéro du mois dernier ; et M. Jacob, des solutions des questions 1197 et 1198.