NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

H. RESAL

Construction de la tangente en un point de la quadratrice

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 15 (1876), p. 337-339

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__337_0>

CONSTRUCTION DE LA TANGENTE EN UN POINT DE LA QUADRATRICE;

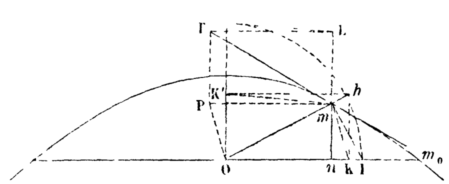
PAR M. H. RESAL.

La méthode de Roberval, pour mener des tangentes aux courbes qui peuvent être décrites par un point mobile suivant une loi déterminée, est très-séduisante au premier abord; mais elle présente souvent des dangers dans son application, comme plusieurs géomètres l'ont fait ressortir en étudiant quelques cas particuliers. La quadratrice, qui n'offre à vrai dire qu'un intérêt historique, est l'une des courbes pour lesquelles on a faussé l'application de la méthode de Roberval et, sans m'arrêter à discuter les erreurs commises, je vais indiquer, pour la tangente, la construction la plus simple qui résulte logiquement de cette méthode.

Soient (*fig.* 1)

$Om_0 = a$ une longueur donnée mesurée sur une droite, censée horizontale pour fixer les idées, à partir d'un point déterminé O;

Fig. 1.



OK la longueur $\frac{2a}{\pi} = b$ portée sur cette droite à partir de la même origine O;

θ l'angle formé avec Om_0 par un rayon vecteur quelconque Om partant du point O;

$m_0 n = b\theta$ une longueur portée sur $m_0 O$ de m_0 vers O à partir du premier de ces points.

L'intersection m de la direction Om avec la perpendiculaire en n à Om est le point de la quadratrice correspondant à l'angle θ.

Si l'on fait varier θ proportionnellement au temps, le point m sera animé de deux vitesses simultanées proportionnelles à $-\frac{dOn}{d\theta} = b$, $\frac{dnm}{d\theta}$ dirigées respectivement de n vers O et suivant le prolongement de nm.

Or on a

$$mn = (a - b\theta)\tan\theta,$$

$$\frac{dmn}{d\theta} = \frac{(a - b\theta)}{\cos^2\theta} - b\tan\theta = \frac{On}{\cos^2\theta} - b\tan\theta,$$

$$\frac{On}{\cos^2\theta} = \frac{Om}{\cos\theta} = OI,$$

I étant l'intersection de Om_0 avec la perpendiculaire en m à Om; d'où, en portant $OI' = OI$ à partir de O sur la perpendiculaire en ce point à Om_0,

$$\frac{dmn}{d\theta} = OI' - b\tan\theta.$$

J'élève en K la perpendiculaire Kh à Om_0 jusqu'à sa rencontre h avec la direction de Om, puis par le point h je mène une horizontale qui rencontre OI' en K'. On a

$$Kh = OK' = b\tan\theta,$$

par suite

$$\frac{dmn}{d\theta} = I'K'.$$

Je joins mK'; je construis sur cette droite et sur $K'I'$ le parallélogramme $mK'I'L$; je mène par le point O une parallèle à mK jusqu'à sa rencontre P avec l'horizontale du point m. Il est visible que l'on a

$$mP = -\frac{dOn}{d\theta}, \quad mL = \frac{dmn}{d\theta},$$

de sorte que la diagonale mT du parallélogramme construit sur mP et mL donne la direction de la tangente à la courbe.