

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 15 (1876), p. 212-217

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__212_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

BIBLIOGRAPHIE.

ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE, COMPRENANT DES NOTIONS SUR
LES COURBES USUELLES, par F. I. C. Un vol. in-12.
de 396 pages. Deuxième édition; 1875 (*).

On vient de nous communiquer un petit livre, de 400 pages cependant, que nous avons lu et relu avec intérêt. Il fait partie du *Cours de Mathématiques élémentaires* publié par le Frère Irlide Cazaneuve et traite de la Géométrie.

L'Ouvrage, comme l'indique son titre, se compose de deux Parties distinctes: 1° la Géométrie proprement dite, répartie dans sept Livres ou divisions, est due à la plume exercée du Frère René, ancien Directeur de l'École normale d'Aurillac, actuellement Directeur du Secrétariat général de l'Institut des Écoles chrétiennes; 2° le VIII^e Livre, traitant des courbes usuelles, a été rédigé, ainsi que

(*) Chez les éditeurs : Tours, Alfred Mame et fils, imprimeurs-libraires; Paris, Poussielgue frères, rue Cassette, 27.

l'Appendice, par le Frère Gabriel Marie, Directeur du pensionnat Notre-Dame-de-France, au Puy.

Ce *Traité*, simple mais complet, est remarquable autant par la nature et l'ordre des matières que par la méthode de l'exposition et les applications immédiates de la science de l'étendue. Le mode de division, la graduation des articles, la substance du texte et le choix pratique des exemples dénotent chez les auteurs une grande et longue habitude de l'enseignement, ainsi qu'une connaissance réfléchie et approfondie de la science qu'ils exposent.

Passons à l'examen des détails de l'Ouvrage.

En ouvrant le volume, on est immédiatement frappé du dessin des figures qui, intercalées dans le texte, sont tracées avec des traits fins et des lignes pleines et présentent des parties nettes et des surfaces grisées. Cette disposition met en évidence dans le plan l'objet de la proposition, et met en relief dans l'espace les solides soumis à l'étude; l'œil saisit immédiatement les contours de ceux-ci et en pénètre les profondeurs.

Une concordance complète se trouve établie entre les théorèmes de la Géométrie plane et ceux de l'espace qui leur correspondent. Ainsi les cas d'égalité et de similitude des triangles, des trièdres et des tétraèdres sont mis entièrement en harmonie.

Les divisions de la Géométrie plane sont les mêmes que dans *Legendre*. Dans la Géométrie de l'espace, tout ce qui concerne les trois corps ronds se trouve réuni dans un seul et même Livre, qui est le septième de ces *Éléments*. Le huitième et dernier Livre donne les notions sur les courbes usuelles.

Les polygones réguliers sont étudiés à la fin du second Livre, après la mesure des angles. On a eu soin d'y donner quelques développements à la construction des poly-

gones réguliers étoilés, si fréquemment employés dans les arts professionnels.

Dans le paragraphe qui traite des relations numériques entre les côtés d'un triangle, on a cru devoir introduire quelques notions sur les fonctions circulaires, en considérant ces lignes comme les rapports entre les côtés du triangle rectangle. Cette innovation peut avoir son utilité pour les personnes qui, étrangères à la Trigonométrie, sont appelées à faire usage des formules qui en contiennent les lignes.

La surface du triangle en fonction des trois côtés est évaluée à l'aide de la hauteur. A la suite se trouve établie la formule de *Poncelet*, qui donne l'aire du trapèze mixtiligne formé par une courbe, les ordonnées extrêmes et la différence des abscisses. La démonstration en est très-simple et repose exclusivement sur la mesure du trapèze rectiligne birectangle. Les formules de *Simpson* et de *M. Sauvage*, qui atteignent le même but, se trouvent rejetées à la fin du VIII^e Livre.

Les deux derniers Livres méritent de fixer particulièrement l'attention du lecteur; ils contiennent un certain nombre de théorèmes nouveaux ou peu connus, et se recommandent surtout par les démonstrations simples et originales, au moyen desquelles les auteurs sont parvenus à transporter dans les *Éléments* des théories qu'on croyait naturellement placées au-dessus de leur domaine.

Dans le VII^e Livre, nous trouvons (pages 230 et 238) deux remarquables théorèmes des trois corps ronds, qui complètent celui d'Archimède, et dont voici les énoncés :

Étant donnés une sphère, un cylindre circonscrit à cette sphère et un cône à deux nappes inscrit dans le cylindre :

1^o *Si l'on mène un plan quelconque perpendiculaire*

à l'axe, la section de la sphère est égale à la différence entre les deux sections du cylindre et du cône ;

2° Si l'on mène deux plans perpendiculaires à l'axe, le segment sphérique compris entre ces deux plans est égal à la différence entre les segments correspondants du cylindre et du cône.

Ces théorèmes ne s'appliquent pas seulement à la sphère, ils s'étendent à l'ellipsoïde, à l'hyperboloïde et au paraboloidé, qui sont de révolution autour de l'axe commun du cylindre circonscrit et du cône à deux nappes inscrit dans le cylindre ; ils permettent d'appliquer à la sphère, ainsi qu'à ces corps de révolution, le célèbre théorème de *Thomas Simpson*, qui fournit le volume de tout corps compris entre deux bases parallèles et terminé latéralement par des plans de direction quelconque. On en trouve les développements page 246, . . . et 354,

Les théorèmes des trois corps sont suivis de la méthode *centrobarique* de *Pappus*, retrouvée par *Guldin*.

Le volume du segment sphérique est aussi donné en valeur de la hauteur et de la section équidistante des deux bases. Cette expression, plus simple que la formule ordinaire, repose sur une propriété qui devrait avoir sa place marquée dans les *Éléments de Géométrie*. L'énoncé en est le suivant :

Dans tout cercle, étant données deux cordes parallèles a et b et éloignées l'une de l'autre d'une distance d, le carré de la corde c, équidistante de ces deux cordes, égale la demi-somme des carrés des deux cordes a et b, plus le carré de leur distance d.

Car, si l'on désigne par R le rayon du cercle et par x la distance au centre de la corde moyenne c, on a trois

triangles rectangles qui donnent les égalités

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{a^2}{4} + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, & R^2 &= \frac{b^2}{4} + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2, \\ R^2 &= \frac{c^2}{4} + x^2. \end{aligned}$$

Ajoutant les deux premières et du résultat retranchant deux fois la dernière, on trouve la relation

$$\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{d^2}{2} = \frac{c^2}{2},$$

qui prouve que

$$c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} + d^2.$$

Le rayon R du cercle, qui passe par les extrémités des deux cordes parallèles a et b , est d'ailleurs donné par l'équation

$$64R^2d^2 = [4d^2 + (a + b)^2][4d^2 + (a - b)^2].$$

L'expression $V = \frac{1}{4}\pi c^2d - \frac{1}{12}\pi d^3$ du segment sphérique avait déjà été donnée, d'une manière plus compliquée il est vrai, par M. Desboves dans ses *Questions de Géométrie*.

Les courbes usuelles sont traitées, dans le dernier Livre, avec quelque extension, mais toujours avec la plus rigoureuse simplicité. A la suite de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole viennent la spirale d'*Archimède*, la développante du cercle, la cycloïde et l'épicycloïde dont les trois dernières sont demandées par le programme de dessin de l'Enseignement spécial.

Quelques mots sur la chaînette et les propriétés de l'hélice complètent cette partie.

L'Appendice, qui termine l'Ouvrage, étudie les sections du cône et du cylindre, donne encore quelques propriétés de l'hyperbole, définit les surfaces du second

degré, telles que l'ellipsoïde, les deux hyperboloïdes et les deux paraboloides; pose les principes de rectification des courbes et de quadrature des surfaces, fournit l'expression de plusieurs volumes, et applique les théories exposées au jaugeage des tonneaux, au tracé des voûtes, des ponts solides ou suspendus, des routes et des canaux.

Cette partie est fort intéressante et sera vraiment goûtée par les jeunes lecteurs, qui pourront se faire une idée des applications nombreuses et variées de la Géométrie.

Nous savons gré au Frère Gabriel Marie d'avoir su introduire dans les *Éléments* quelques notions qu'on ne cherche que dans les Traités spéciaux; ces notions sont fort utiles, et, dès qu'elles sont présentées avec simplicité, dès qu'elles sont mises à la portée des jeunes intelligences, elles appartiennent de droit aux *Éléments* de la Science.

Près de 800 questions sont intercalées dans le texte de tout l'Ouvrage; elles se trouvent résolues dans un second volume aussi étendu que le premier. Ces exercices, dont plusieurs sont peu répandus, sont remarquablement choisis; ils forment le complément presque indispensable des *Éléments de Géométrie*. GEORGES DOSTOR.