NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ÉDOUARD LUCAS

Questions d'analyse indéterminée

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 526-527

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__526_0>

QUESTIONS D'ANALYSE INDÉTERMINÉE;

Par M. Édouard LUCAS.

1. Si (x, y, z) représente une solution en nombres entiers de l'équation indéterminée

$$Ax^3 + By^3 + Cz^3 + 3Dxyz = 0,$$

on obtient une nouvelle solution à l'aide des équations

$$\frac{X}{x} + \frac{Y}{y} + \frac{Z}{z} = 0,$$

$$AXx^2 + BYy^2 + CZz^2 = 0.$$

2. Si (x, y, z) et (x_1, y_1, z_1) désignent deux solutions distinctes de l'équation précédente, on obtient une nouvelle solution à l'aide des équations

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z \\ x & y & z \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$AXxx_1 + BYyy_1 + CZzz_1 = 0.$$

3. L'équation biquadratique $x^4 - 5y^4 = 1$ a pour solution, en nombres entiers, $x = 3$, $y = 2$, et n'en a point d'autres.

4. La différence de deux cubes consécutifs n'est jamais égale à un bicarré.

5. Trouver en nombres entiers toutes les solutions des deux progressions arithmétiques

$$\div\, x^2 . 2y^2 . 3z^2 . 4u^2,$$

$$\div\, x^2 . 3y^2 . 5z^2 . 7u^2,$$

et ainsi l'on a, pour la première,

$$\div\, 167^2.2 \times 97^2.3 \times 57^2.4 \times 13^2, \quad \text{de raison} \quad 9071$$

et, pour la seconde,

$$\div\, 607^2.3 \times 303^2.5 \times 191^2.7 \times 113^2, \quad \text{de raison} \quad 93022.$$

6. La différence de deux cubes consécutifs n'est jamais égale à un bicarré.

7. Résoudre complétement l'équation

$$x^4 - 4x^2y^2 + y^4 = z^2,$$

dont Legendre a donné une solution incomplète (*).

8. Trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles la somme des cinquièmes puissances des x premiers nombres est un carré parfait.